

- I. Exprese el número complejo en sus distintas notaciones (binomial, polar, exponencial y trigonométrica). Además efectúa las operaciones en cada una de las notaciones: de suma del ejercicio uno más el ejercicio dos (1+2), 1+4; la multiplicación de 2x3, 1x3 y 3x4; la división de 1/2, 1/3, 2/4.

Ejemplo  $z = 1+2i$  forma binomial  
 $R = \sqrt{1^2 + 2^2}$   
 $\Theta = \arctan(2/1) = 63.4^\circ$   
 $Z = \sqrt{5} \angle 63.4^\circ$  forma polar  
 $Z = \sqrt{5} e^{i 63.4}$  forma exponencial  
 $Z = \sqrt{5} (\cos 63.4 + i \sin 63.4)$  forma trigonométrica

1.  $Z = 3 + 4i$
2.  $Z = 3 - 4i$
3.  $Z = 4 - 4i$
4.  $Z = 2 - 2i$

- II. Halle el logaritmo natural de cada uno de los ejercicios del apartado I (utilice notación exponencial).

- III. Resuelva las siguientes ecuaciones

1.  $Z^6 + 8 = 0$
2.  $Z^4 + 4 = 0$
3.  $Z^3 - 4 = 0$
4. Se  $w$  una raíz  $n$ -ésima de la unidad con  $w$  diferente de cero, evalúe:  
 $1 + 2w + 3w^2 + \dots + n w^{n-1}$

- IV. Muestre la identidad

$$\sin \frac{\pi}{n} \sin \frac{2\pi}{n} \dots \sin \frac{(n-1)\pi}{n} = \frac{n}{2^{n-1}}$$

- V. Estudie el comportamiento infinitesimal de las funciones:

1.  $f(z) = 1/(z-1)$ ,  $z_0 = i$
2.  $f(z) = (3z-1)/(3-z)$ ,  $z_0 = 2i$
3.  $f(z) = (2z+3)^2$ .

- VI. Muestre que

1.  $\frac{\partial(f.g)}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial z} g + \frac{\partial g}{\partial z} f$  cumple con la regla del producto
- 2.

- VII. Calcule la derivada y de la región de analiticidad

1.  $3^z$
2.  $\text{Log}(z+1)$
3.  $Z^{1+i}$

- VIII. Evalúe

1.  $\int (z - \frac{1}{z}) dz$  donde sigma es la trayectoria de la línea recta de 1 a  $i$   
 Resp.  $-(1 + i \frac{1}{2} \pi)$ .
2.  $\int_{\gamma} \frac{1}{z^2+2z} dz$  donde gama es el círculo de radio 1 centrado en 2 recorridos una vez en sentido horario resp.  $\pi i$

3.  $\int_{\gamma} \sqrt{z^2 - 1} dz$  donde  $\gamma$  es de radio  $\frac{1}{2}$  centrado en cero .

Respuesta. 0

4. Muestre que  $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$  es armónica en  $C$  y encuentre una armónica conjugada  $v$  tal que  $v(0,0) = 2$  resp.  $V(x,y) = 3x^2y - y^3 + 2$

5. Muestre que  $u(x,y) = \log(\sqrt{x^2 + y^2})$  es armónica, pero que no tiene armónica conjugada en  $C \setminus \{0\}$ .

Resp.

6. Si  $u$  es armónica, demuestre que, en términos de coordenadas polares

$$r^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

IX. Aplicaciones a los circuitos

• Utilizando la ley de Ohm en forma compleja  $I \angle (\alpha - \theta) = \frac{V \angle \alpha}{Z \angle \theta}$

1. Determinar las constantes del circuito para la tensión y corriente siguiente:

$V = 150 \text{ sen}(5000t + 45^\circ)$  voltios,  $i = 3 \text{ sen}(5000t - 15^\circ)$  amperios.

Solución:

El modulo del fasor es  $1/\sqrt{2}$  veces el valor máximo.

$$V = \frac{150}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ = 106 \angle 45^\circ$$

$$I = \frac{3}{\sqrt{2}} \angle -15^\circ = 2.12 \angle -15^\circ$$

$$Z = V/I = 50 \angle 60^\circ = 25 + i 43.3$$

La corriente está retrasada respecto de la tensión por lo que se trata de un circuito RL

$\omega L = 43.3$  de donde  $L = 43.3/5000 = 8.6 \text{ mH}$

$R = 25 \text{ ohms}$  y  $L = 8.6 \text{ mH}$

2. Determine las constantes del circuito si  $V = 311 \text{ sen}(2500t + 170^\circ)$  voltios y  $i = 15.5 \text{ sen}(2500t - 145^\circ)$

Respuesta  $R = 14.4 \text{ ohm}$  y  $C = 28.3 \text{ uF}$ .

3. A un circuito serie con  $R = 10 \text{ ohmios}$  y  $C = 40 \text{ uF}$  se le aplica una tensión de  $v = 500 \text{ cos}(2500t - 20^\circ)$  voltios . halle la intensidad de corriente que circula por él.

Resp.  $I = 25\sqrt{2} \text{ cos}(2500t + 25)$ .

4. Halle la suma de las intensidades de la corrientes

$I_1 = 32.6 \text{ sen}(\omega t - 145^\circ)$  amperios,  $i_2 = 32.6 \text{ sen}(\omega t - 25^\circ)$  amperios,  $i_3 = 32.6 \text{ sen}(\omega t + 95^\circ)$  amperios.

Resp.  $i_1 + i_2 + i_3 = 0 + I 0.09$