

I. Dibujar en un gráfico cada una de las siguientes funciones y encontrar su serie de Fourier correspondiente

1.

$$a) f(x) = \begin{cases} -x & -4 \leq x \leq 0 \\ x & 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

$$c) f(x) = 4x \quad 0 < x < 10 \quad \text{periodo } 10$$

2. Desarrollar en una serie de Fourier de periodo 8

$$f(x) = \begin{cases} 2-x & 0 < x < 4 \\ x-6 & 4 < x < 8 \end{cases}$$

3. Desarrollar en una serie de seno $f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 4 \\ 8-x & 4 < x < 8 \end{cases}$

4. Desarrollar en una serie de coseno $f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 4 \\ 8-x & 4 < x < 8 \end{cases}$

5. Demostrar que: $x \operatorname{sen}(x) = 1 - \frac{1}{2} \cos(x) - 2 \left(\frac{\cos(2x)}{1 \cdot 3} - \frac{\cos(3x)}{2 \cdot 3} + \frac{\cos(4x)}{3 \cdot 5} - \dots \right)$

6. Demostrar que a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4} = \frac{\pi^4}{96}$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^6} = \frac{\pi^6}{960}$

7. Resolver el problema de la placa circular de radio 2 unidades con las condiciones

$$u(2, \phi) = \begin{cases} 100 & 0 < \phi < \pi \\ u_2 & \pi < \phi < 2\pi \end{cases}$$

8. Resolver el problema de la placa cuadrada de lado 2 unidades con las condiciones limites $u(0, y) = u(2, y) = u(x, 0) = 0$; $u(x, 2) = 30$.

II. integrales de Fourier

1. Encontrar la transformación de Fourier de $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x} & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ determinar el límite de esta transformación cuando $\epsilon \rightarrow 0^+$ e interpretar el resultado.

2. Encontrar la transformación de Fourier de $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ y además calcular

$$\int_0^{\infty} \frac{x \cos(x) - \operatorname{sen}(x)}{x^3} \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

3. Encontrar la transformada del seno de Fourier de e^{-x} , $x \geq 0$

4. Demostrar que $\int_0^{\infty} \frac{x \operatorname{sen} 8x}{x^2+1} dx = \frac{\pi}{2} e^{-m}$ $m > 0$ usando el resultado del prob 3

5. Resolver el problema $u(x, 0) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ 1 & -1 < x < 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$