ECUACIÓN DINÁMICA DEL CENTRO DE MASA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

- La posición del centro de masa de un sistema de partículas respecto a un punto fijo esta dado por
- $r_c = \frac{\sum \; m_i r_i}{\sum mi} = \frac{\sum \; m_i r_i}{M}$

Derivando respecto al tiempo la ecuación anterior se obtiene la velocidad del centro de masa de un sistema respecto de un punto fijo

- $V_c = \frac{\sum \; m_i v_i}{M}$
- Y derivando otra vez se obtiene la ecuación dinámica del centro de masa

$$\sum F_{ext} = M\, a_c = \sum m_i\, a_i$$

ECUACIÓN DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA
MOMENTUM LINEAL

$$\mathbf{P} = m\,\mathbf{V}$$

La ecuación dinámica para una partícula en función de su movimiento lineal p se expresa como :

$$F_R = m\,a\ = m\,\frac{d}{dt}\,v = \ \frac{d}{dt}\,mv$$

L a conservación del momentum lineal ocurre cuando la fuerza resultante es igual a cero.

$$p_i = \ p_f$$

ECUACIÓN DINÁMICA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS : CONSERVACIÓN DEL MOMENTUM LINEAL

Consideremos un sistema compuesto por dos partículas m1 y m2 sobre las que actúan fuerzas externas F1 y F2 y la fuerza de interacción mutua entre ellas f12 y f21

- Aplicando la segunda ley de Newton a cada una de ellas se tiene :

- $F_1 + F_{21} = \frac{d}{dt} p_1$
- $F_2 + F_{12} = \frac{d}{dt} p_2$

Y sumando miembro a miembro resulta

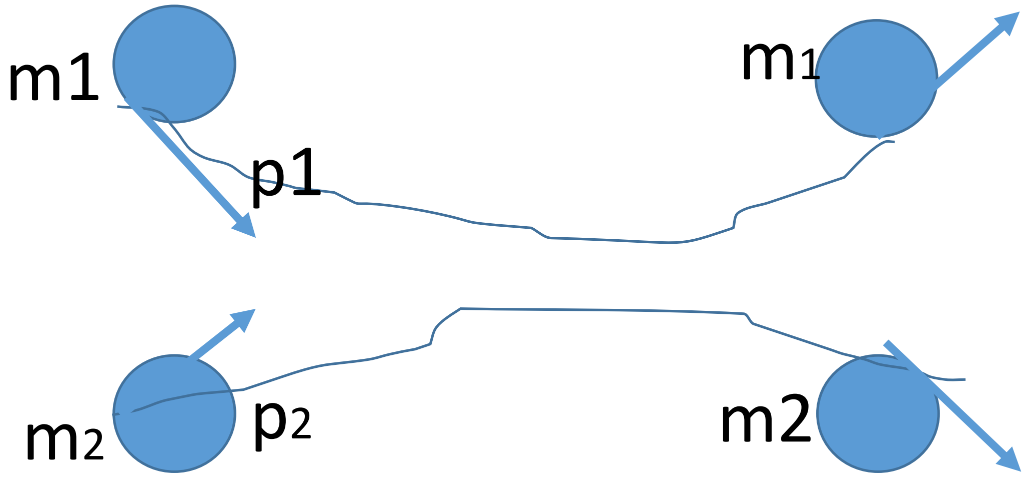
- $F_2 + F_2 = \frac{d}{dt}(p_1 + p_2)$
- Si ésta ecuación se generaliza para muchas partículas , recibe el nombre ecuación dinámica de un sistema de partículas

Cuando la suma de las fuerzas externas que actúan sobre un sistema es cero, el momentun lineal del sistema se conserva

$$(p_1 + p_2 + p_3 + \cdots)inicial = \left(p^{!}{}_{1} + p^{!}{}_{2} + p^{!}{}_{3} + \cdots\right) final$$

CHOQUE ENTRE DOS PARTÍCULAS

- El choque o colisión entre dos partículas ocurre cuando su interacción cambia el movimiento de estas, produciéndose así un intercambio de momentun lineal y energía. Esto no quiere decir que necesariamente debe haber un estado de contacto físico.



- Si el sistema de partículas esta aislado y durante la colisión actúan sólo fuerzas internas conservativas, el momentun lineal y la energía mecánica se conserva y las leyes de conservación se expresan así:

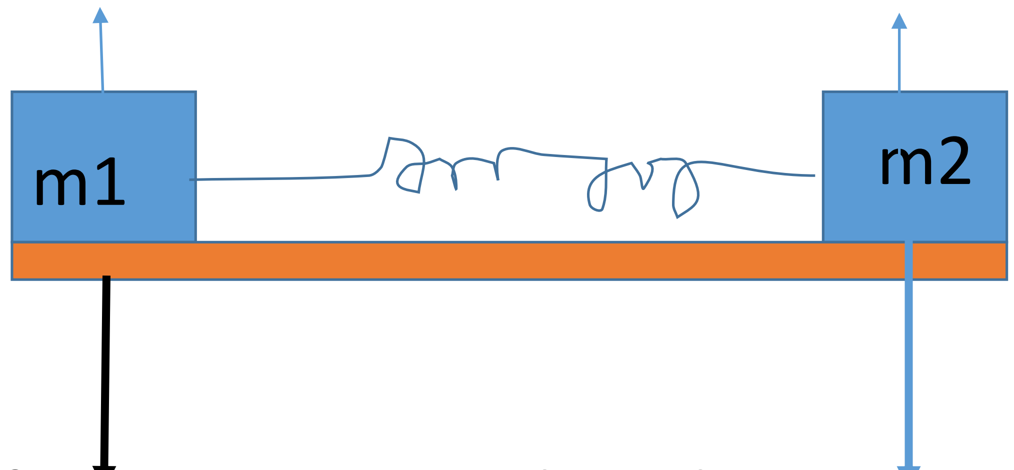
$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$$

Donde P1 y P2 son los momentun lineales antes del choque y p1 y p2 primas después del choque

$$\frac{1}{2}m_1 v1^2 \ + \ \frac{1}{2}m_2 \ \ v2^2 + \ E_{p12} = \ \frac{1}{2}m_1 v1^{!\ 2} \ + \ \frac{1}{2}m_2 \ \ v2^{!2} + \ E_{p12}$$

Donde Ep es la energía potencial interna conservativa de F12

Ejemplo 1. dos bloques m1 = 1 kg y m2 = 2 kg unidos por un resorte K = 600 N/m que esta comprimido o.25 m respecto de su longitud natural son mantenidos en reposo sobre un carril sin fricción . Si se libera el sistema y los bloques se ponen en movimiento . Determinar las velocidades de cada uno , cuando el resorte adquiere su longitud natral



La fuerza interna del resorte es conservativa , por lo que la energía mecánica se conserva.

$v_1 = v_2 = 0$; x1 = 0.25 m inicial

$v1^! = - v1^!$ i $v2^! = v2^!$ i x!2= 0

$$\frac{1}{2}m_1 v1^2 + \frac{1}{2}m_2\ v2^2 + E_{p12} = \frac{1}{2}m_1 v1^{!\,2} + \frac{1}{2}m_2\ v2^{!2} + E_{p12}$$

La fuerza externa sobre el sistema es cero Por lo que el momentum lineal del sistema se conserva

$$p_1 + p_2 = p^!{}_1 + p^!{}_2$$

$0 = -\ m1\, v1^{!}\ +\ m_2\ \ v2^{!}$ *de la conservacion del momentum lineal antes y despues del choque*

$$0 + 0\ + \frac{1}{2} K_1\ \ \mathrm{X1}^{\,2} = \ \frac{1}{2} m_1 v1^{!\,2}\ +\ \frac{1}{2} m_2\ \ v2^{!2} + 0$$

de la conservacion de la energía antes y despues del choque

Remplazando valores se tiene :

$v1^{!}$ = - 5 m/s y $v2^{!}$ = 2.5 m/s

CHOQUES PERFECTAMENTE ELÁSTICOS Y PERFECTAMENTE INELÁSTICOS

Durante un choque de dos partículas, el momentun lineal del sistema se conserva, pero usualmente no sucede lo mismo con la energía cinética . Esto se debe a que parte de esta se disipa como calor si las fuerzas que actúan durante el choque no son conservativas

Si en el choque se conserva el momentun lineal y la energía cinética del sistema , se dice que el choque es perfectamente elástico

En cambio si en un choque se disipa una cantidad máxima de energía cinética se dice que el choque es perfectamente inelástico. Como ejemplo de este ultimo. si después del choque las partículas se mueven juntas

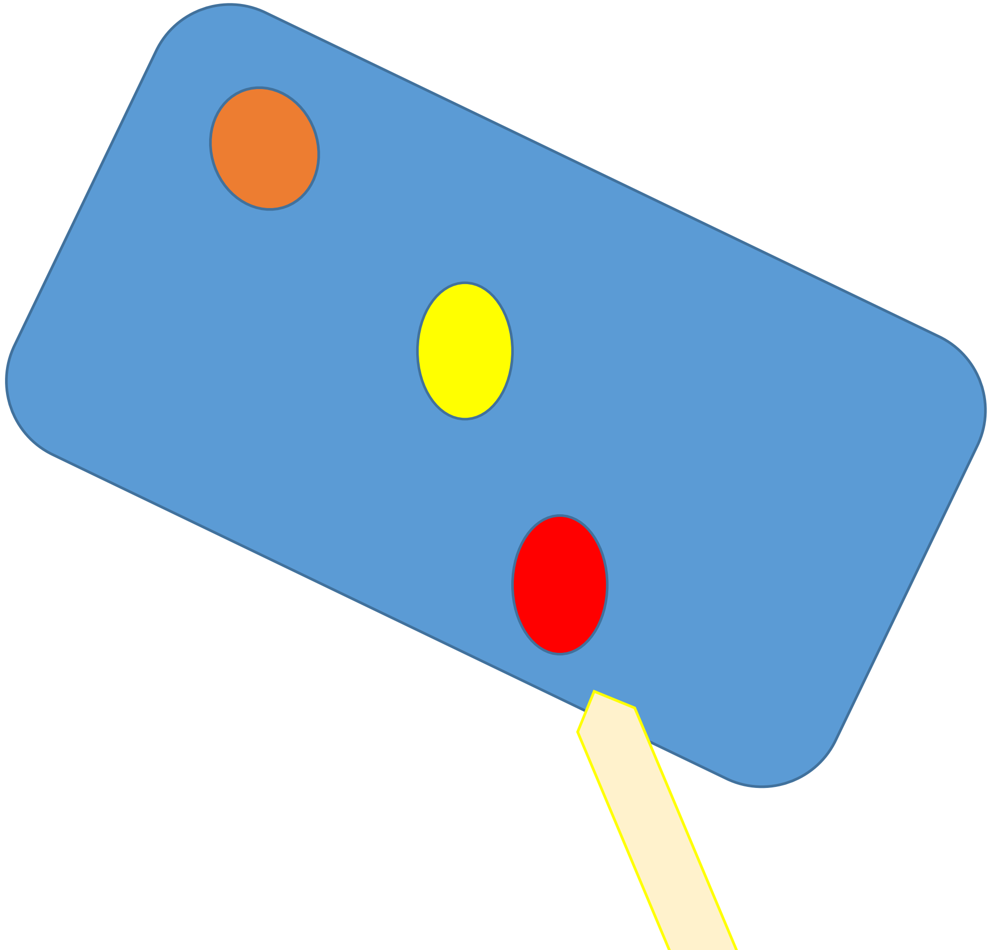
CHOQUE UNIDIMENSIONALES

- Coeficiente de restitución

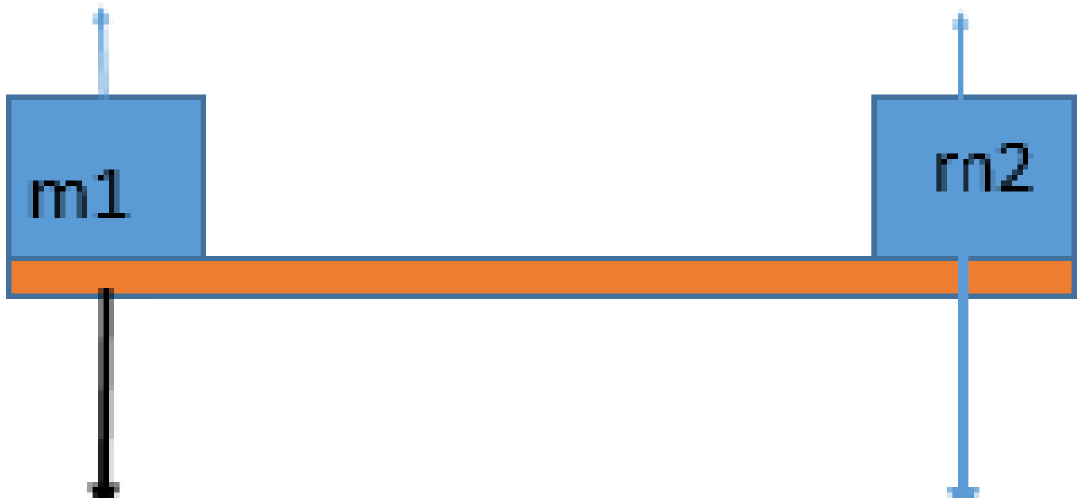
$$e = -\frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$$

Los choques no siempre son perfectamente elásticos ni perfectamente inelásticos . Es usual que se pierda cierta cantidad de energía cinética durante el choque.

En un choque unidimensional es posible caracterizar la disipación de la energía cinética especificando un numero e llamado coeficiente de restitución



2. Sobre un carril de cojín de aire (fricción nula) un cuerpo deslizante de masa m1 = m se mueve rectilíneamente con velocidad v1 y choca con otro cuerpo en reposo de masa m2 = m . Si el choque es perfectamente elástico . ¿cuales serán las velocidades de cada cuerpo después del choque.



$$m_1 v1 = m_1 v1^! + m_2\ v2^!$$

$$1 = -\frac{v_1^! - v_2^!}{v_1 - v_2}$$

Como la fuerza resultante es nula p se conserva Y además como el choque es perfectamente elástico e = 1

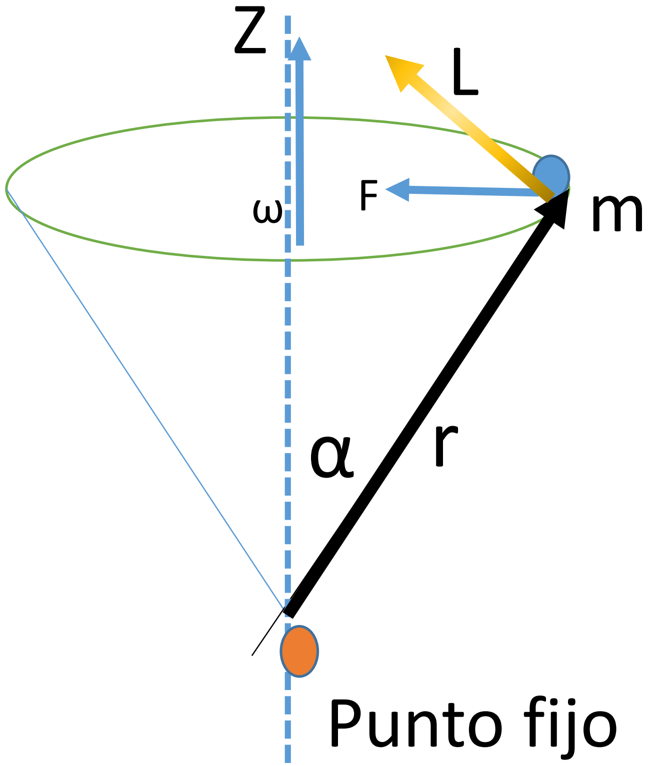
de estas ecuaciones se obtiene :

$v1^! = 0$ y $v2^! =$ v1

ECUACIÓN DINÁMICA DE ROTACIÓN DE UNA PARTÍCULA

MOMENTUM ANGULAR L

La magnitud que mide el efecto de rotación es el Torque (τ)



$$\tau = r \times F = r \times dp/dt = d/dt(r \times p)$$

La magnitud $r \times p$ es el Momentum angular

$$L = r \times p$$

El torque se puede expresar así

$$\tau = d/dt\,(L)$$

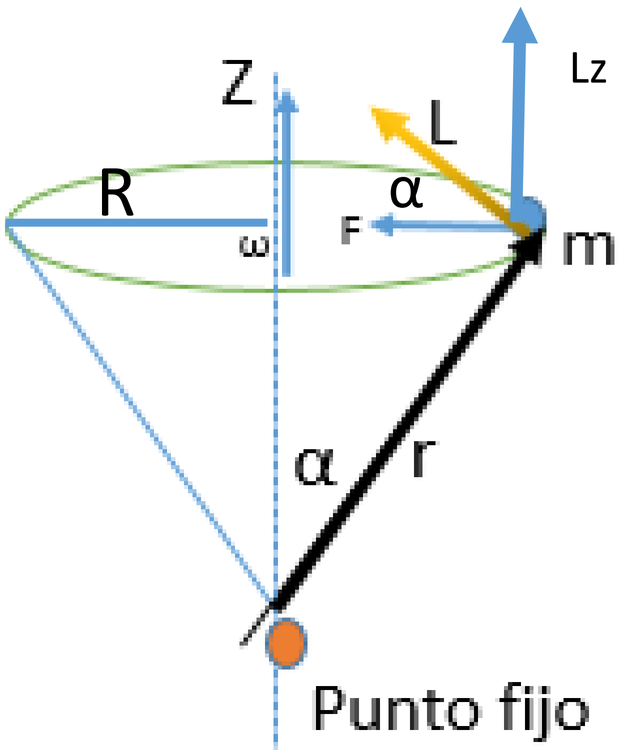
esta es Ecuación dinámica para la rotación pura de una partícula

Cuando el torque resultante sobre una partícula es cero, el momentun angular se conserva $L_i = L_f$

MOMENTO DE INERCIA Y VELOCIDAD ANGULAR DE UNA PARTÍCULA QUE ROTA RESPECTO DE UN EJE FIJO

El momento angular de una partícula respecto del punto fijo "o" en función de la velocidad angular con que rota en una trayectoria circular alrededor del eje Z que pasa por "O" es .

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times (m\, \mathbf{v}) = m\, \mathbf{r} \times \mathbf{v} = m\, \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$



La magnitud de la componente en el eje Z de L la escribimos asi

$$Lz = L \,\text{sen}\, \alpha = | \; m\, \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \,\text{sen}\, \alpha \; |$$

$$Lz = L \,\text{sen}\, \alpha = m\, r \; (\omega \; r \; \text{sen}\, \alpha) \,\text{sen}\, \alpha$$

$$Lz = L \,\text{sen}\, \alpha = m\, (r \,\text{sen}\, \alpha)2\, \boldsymbol{\omega}$$

$L_z = m\,(R)2\,\boldsymbol{\omega}$

Donde R es el radio de la trayectoria circular y en forma vectorial se escribe así : nota el numero 2 es exponente)

$L_z = I_z\,\omega$

A la magnitud $I_z = m R^2$ se le denomina momento de Inercia de la Partícula respecto del eje Z . Tomando la derivada temporarl de la ecuación anterior se obtiene

$\tau_z = d/dt\,(L_z)$
$= d/dt\,(I_z\,\omega)$

Si R es constante Iz también lo es y la ecuación anterior toma la forma

$\tau_z = (I_z\,\alpha)$

La energía cinética de la partícula en función de Iz (constante) y su velocidad angular se puede expresar de la forma :

$$E_k = (1/2)\, m\, V^2 = (1/2)\, m\, |\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}|^2 = (1/2)\, m\, |r\, \omega \operatorname{sen} \alpha|^2$$

$$= (1/2)\, m\, |r \operatorname{sen} \alpha|^2\, \omega^2$$

$$I_z = (1/2)\, I_z\, \omega^2$$

Ejemplo 1