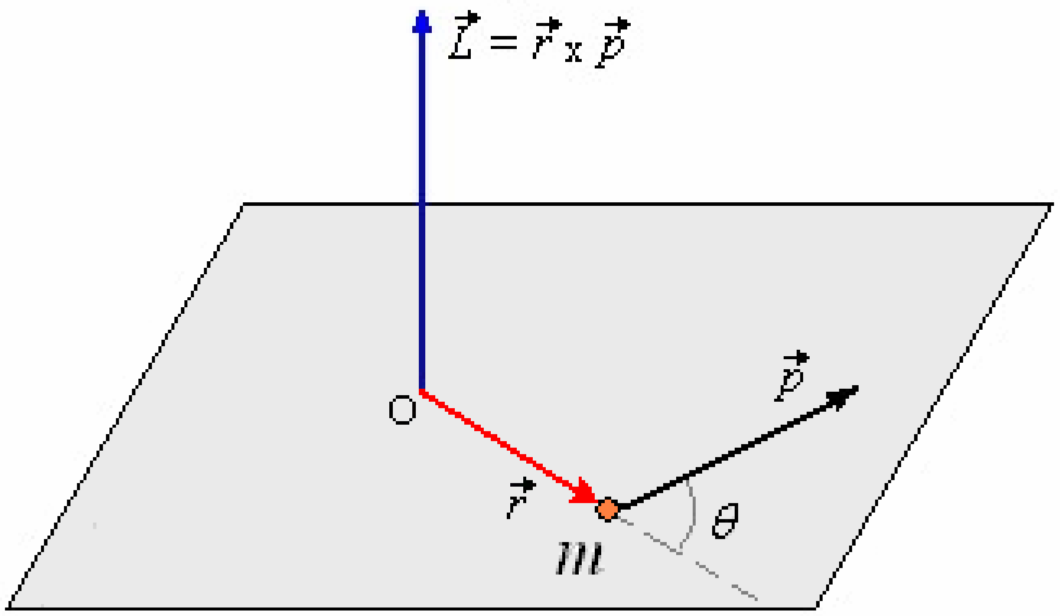
CANTIDAD DE MOVIMIENTO ANGULAR Y MOMENTO DE UNA FUERZA O TORQUE

Consideremos una partícula P de masa m, cuya posición con respecto al origen O en un instante dado está determinada por el vector r

.

La partícula tiene una velocidad $\vec{v}$ y su cantidad de movimiento lineal es $\vec{p} = m\,\vec{v}$.



$$L = rp\,\mathrm{sen}\,\theta = rmv\,\mathrm{sen}\,\theta$$

Como $v\,\mathrm{sen}\,\theta$ es la velocidad tangencial (v_t) y $v_t = \omega r$, siendo ω la velocidad angular. Podemos escribir:

$$L = mr^2\omega$$

MOMENTO DE INERCIA (I).

Llamando Momento de Inercia al producto m r 2

L = I ω, vectorialmente

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\vec{r}\times\vec{p} = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p}+\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}$$

Como

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \text{ y } \vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} = \vec{v}\times m\vec{v} = 0$$

Luego

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}$$

Por otra parte si **F** es la fuerza que produce el movimiento de la partícula, por la Segunda Ley de Newton tenemos:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Luego $\quad \dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$

A esta cantidad que produce un cambio en la cantidad de movimiento angular se le conoce como **MOMENT0 DE UNA FUERZA o TORQUE**

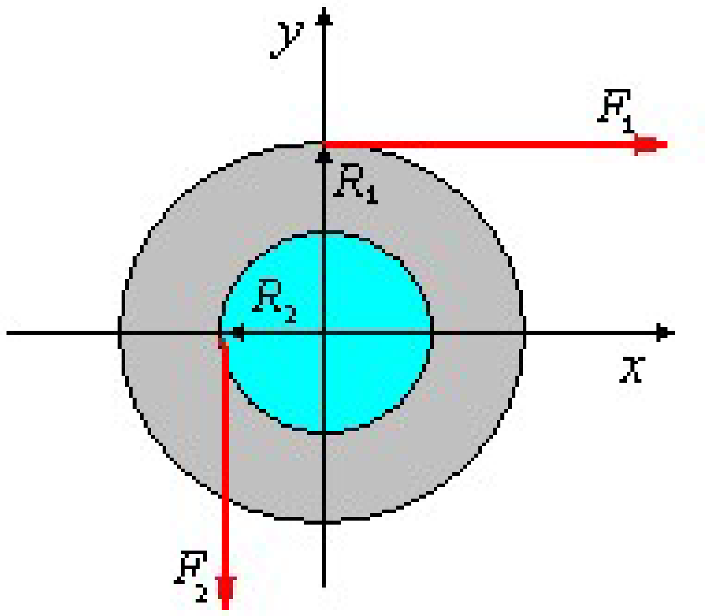
$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Tiene como módulo $\tau = rF \operatorname{sen}\theta$

Ejemplo : En determinado instante, la Posición de una partícula con respecto a un origen O de coordenadas está dada por el vector
R = 3 i + 4 j m en ella actúa una fuerza F = 16 i + 32 j N
Encontrar el torque originado por la fuerza *F* que actúa sobre la partícula. Con referencia al origen O.

Resp T = 32 **K** N m

Ejemplo 2. Un cilindro sólido Puede girar alrededor de un eje sin fricción como se ve en la figura. Una cuerda enrollada alrededor del radio exterior R1 ejerce una fuerza F1 hacia la derecha. Una segunda cuerda enrollada alrededor de la otra sección cuyo radio es R2 ejerce una fuerza F2 hacia abajo. ¿Cuál es el torque que actúa sobre el cilindro alrededor del eje z que pasa por O?



$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2$$

$$\vec{\tau} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = -R_1 F_1 \hat{k} + R_2 F_2 \hat{k}$$

$$= \left(R_2 F_2 - R_1 F_1\right)\hat{k}$$

Si $F_1 = 10$ N, $R_1 = 2$ m y $F_2 = 5$ n, $R_2 = 1$ m:

$$\vec{\tau} = \left[(5N)(1m) - (10N)(2m)\right]\hat{k} = -15\hat{k} \text{ N m}$$

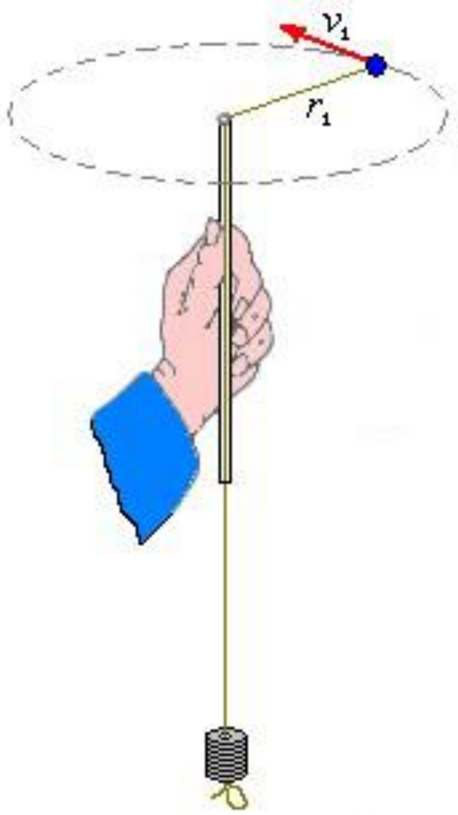
CONSERVACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO ANGULAR

En el caso de una partícula come en la sección anterior, si el torque aplicado con relación a un punto dado de referencia es cero, tenemos que:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \text{, por consiguiente: } \vec{L} = \text{CONSTANTE}$$

La cantidad de movimiento angular con respecto al punto de referencia es constante.

Ejemplo 3. Una partícula de, masa M en el extremo de un hilo gira con velocidad v1 cuando el radio es r1, si disminuimos el radio de r1 a r2, ¿qué sucede con la velocidad?



Aplicando la conservación de la cantidad de movimiento angular:

L antes = L después

$$r_1 M v_1 = r_2 M v_2 \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{r_1}{r_2}$$

También podemos hallar el trabajo realizado para acortar el ra

El trabajo realizado es igual al cambio de energía cinética.

$$W = \Delta K = \frac{1}{2} M \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 v_1^2 - \frac{1}{2} M v_1^2$$

$$= \frac{1}{2} M v_1^2 \left[\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right]$$