Movimiento ondulatorio y ondas

Una onda es una perturbación física que transmite energía, pero que no transmite materia.

En las ondas materiales las partículas concretas que componen el material no se propagan, sino que se limitan a oscilar alrededor de su posición de equilibrio.

No obstante cuando una onda se transmite por dicho material se produce una sincronización de oscilaciones entre las distintas partículas componentes del medio que posibilita la propagación de energía.

Las ondas materiales (todas menos las electromagnéticas) requieren un medio elástico para propagarse.
El medio elástico se deforma y se recupera vibrando al paso de la onda.

La perturbación se transmite en todas las direcciones las que se extiende el medio que rodea al foco con una velocidad constante en todas las direcciones, siempre que el medio sea isótropo (de iguales características físico-químicas en todas las direcciones).

Un impulso único, una vibración única en el extremo de una cuerda, al propagarse por ella origina un tipo de onda llamada **pulso**.
Las partículas oscilan una sola vez al paso del pulso, transmiten la energía y se quedan como estaban inicialmente.

TIPOS DE ONDAS:

Podemos establecer criterios de clasificación de las ondas. Algunos serían:

SEGÚN EL MEDIO POR EL QUE SE PROPAGUEN

ONDAS MECÁNICAS

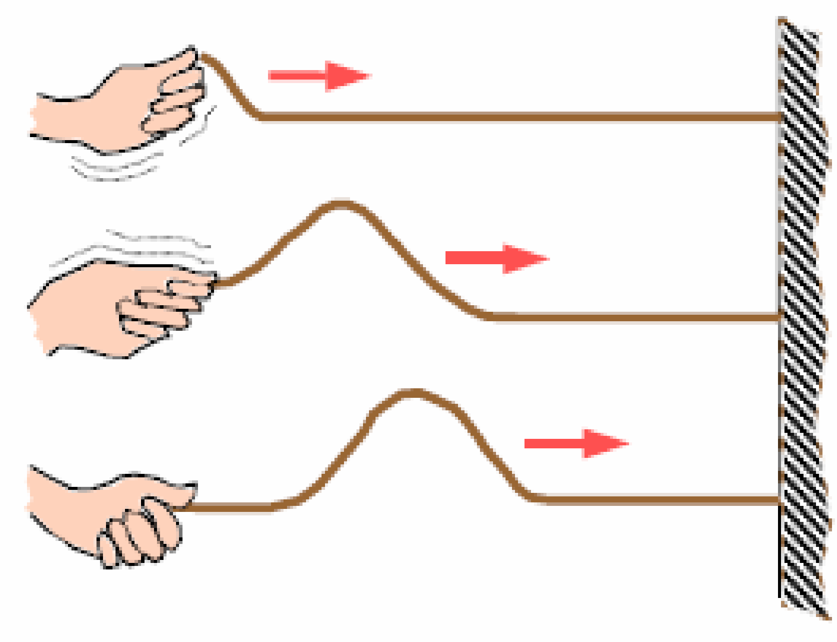
Son las que requieren un medio material para propagarse. Ejemplo, el sonido. La onda de sonido ordinario es una forma de transmisión de energía, perturbaciones en el aire entre fuente vibrante que es la que produce el sonido y un receptor tal como el oído.

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. Son las que no requieren un medio material para propagarse. Ejemplo, la luz.

Existe otro tipo de ondas relacionada con la luz, transmisión de ondas de radio y radiación de calor, esto es las ondas electromagnéticas que no necesitan de un medio para propagarse.

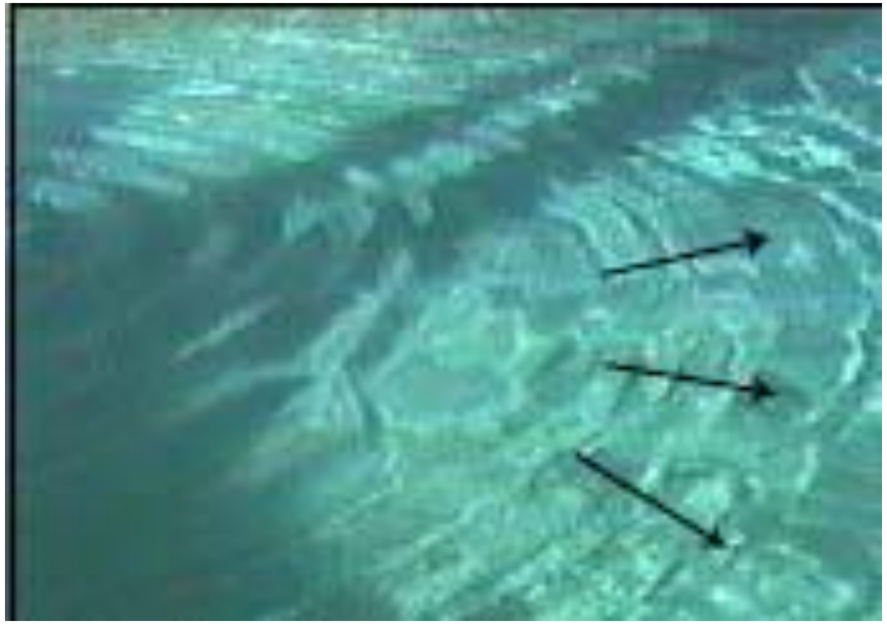
SEGÚN EL NÚMERO DE DIMENSIONES QUE INVOLUCRAN

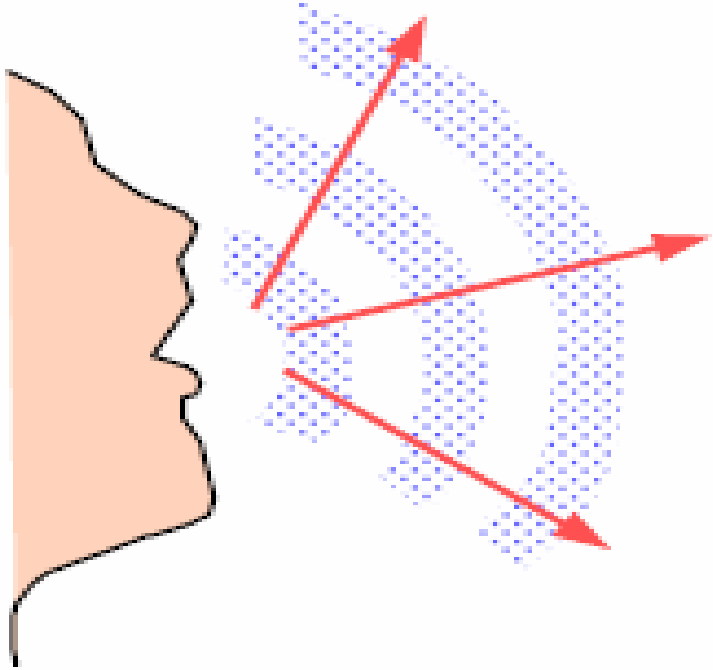
Unidimensionales. Ejemplo, la propagación del movimiento en una cuerda



BIDIMENSIONALES. Ejemplo, olas en la superficie de un líquido

TRIDIMENSIONALES. Ejemplo, el sonido normal.

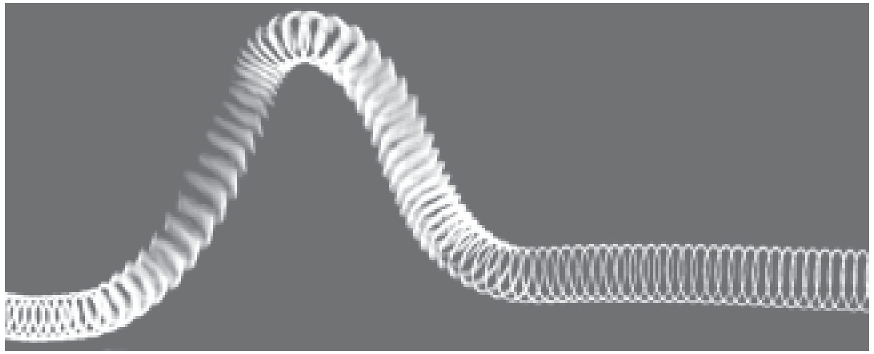




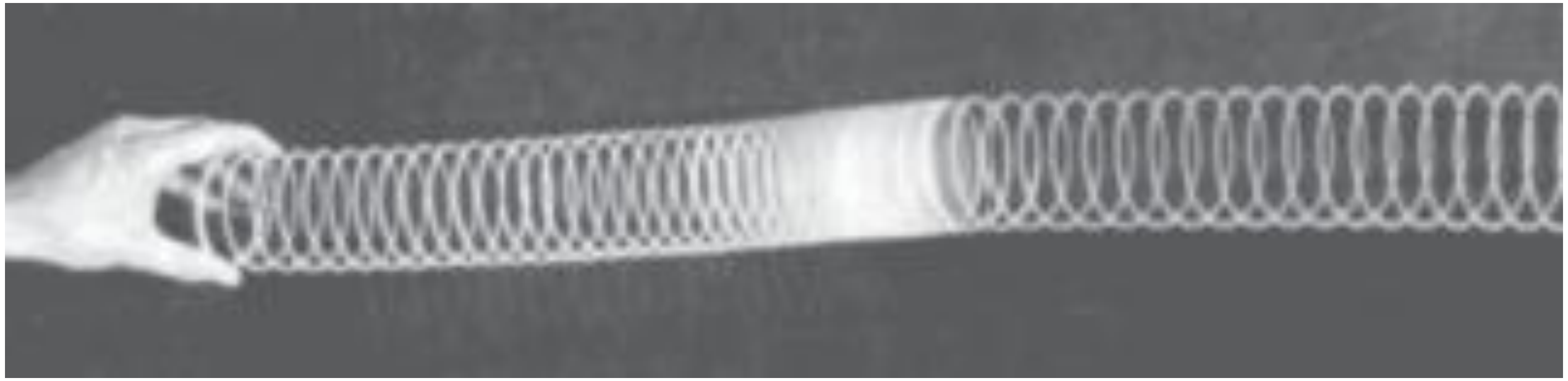
SEGÚN LA RELACIÓN ENTRE LA VIBRACIÓN Y LA DIRECCIÓN DE PROPAGACIÓN

Transversales. Son aquellas ondas en las cuales la oscilación es perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

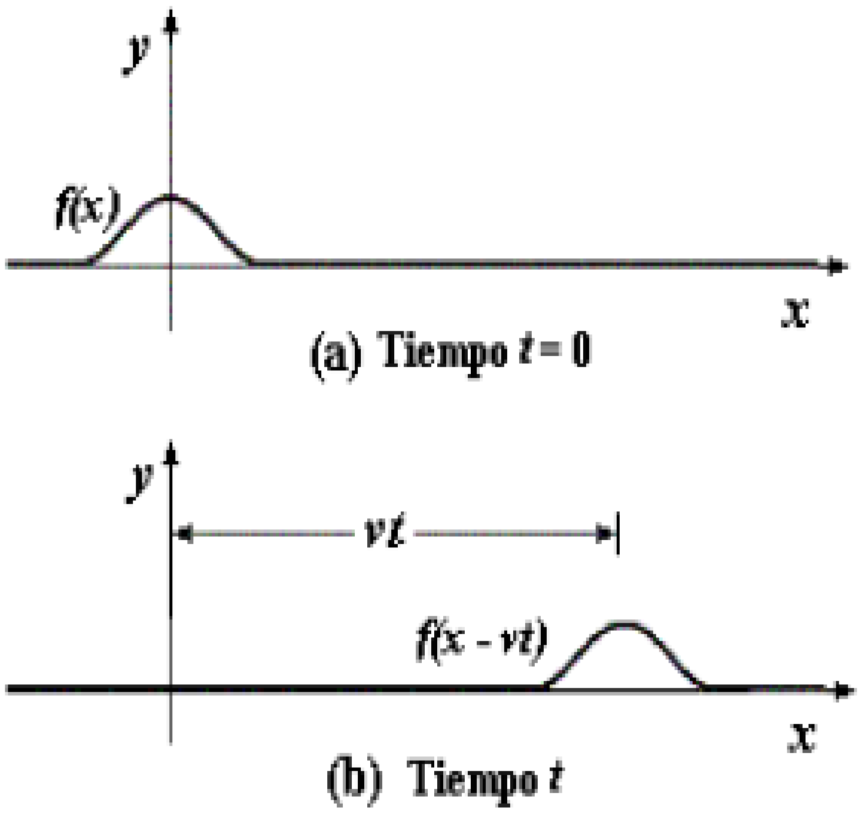
Por ejemplo en una cuerda normal y tensa la onda se propaga de izquierda a derecha (en cierto caso particular) pero, en cambio, la oscilación de un punto concreto de la cuerda se produce de arriba a abajo, es decir, perpendicularmente a la propagación



Longitudinales. En este tipo la propagación es paralela a la oscilación. Como ejemplo, si apretamos un resorte las espiras oscilan de izquierda a derecha y de derecha a izquierda, paralelas en cualquier caso a la dirección de propagación.



EXPRESIÓN MATEMÁTICA PARA UNA ONDA VIAJERA



Supongamos que la forma de la cuerda a $t = 0$ está dada por la expresión $f(x)$ (Figura a). Después de un tiempo t el pulso ha avanzado hacia la derecha una distancia vt (Figura b). Debe notarse que la función $f(x-a)$ tiene la misma forma que la función $f(x)$, sin embargo $f(x-a)$ esta desplazada una distancia a en la dirección +x. Si suponemos que el pulso mantiene su forma mientras se propaga, podemos expresar la forma del pulso en un instante de tiempo t mediante

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

Una descripción similar a la anterior, nos proporciona la expresión de un pulso que se mueve hacia la izquierda con velocidad v

$$y(x,t) = f(x + vt)$$

el desplazamiento de un elemento de cuerda depende de:
a) la coordenada x del elemento; y
b) el tiempo t de la observación.

Así por ejemplo la función de onda específica que vamos a discutir en la sección siguiente es:
$y(x,t) = A\mathrm{sen}(x - vt)$.

ONDAS ARMONICAS

Un caso especialmente interesante y frecuente es aquel en que *y* es una función sinusoidal o armónica tal como $y(x) = A\text{sen}kx$. De modo que.

$$y(x, t) = A\text{sen}k(x - vt) \qquad \ldots\ldots. \; 1$$

La cantidad k conocida como **número de onda** (diferente a la constante k del resorte) tiene un significado especial. Reemplazando el valor de x por valor; esto es,

$$y\left(x+\frac{2\pi}{k},t\right)=A\operatorname{sen}k\left[\left(x+\frac{2\pi}{k}\right)-vt\right]$$

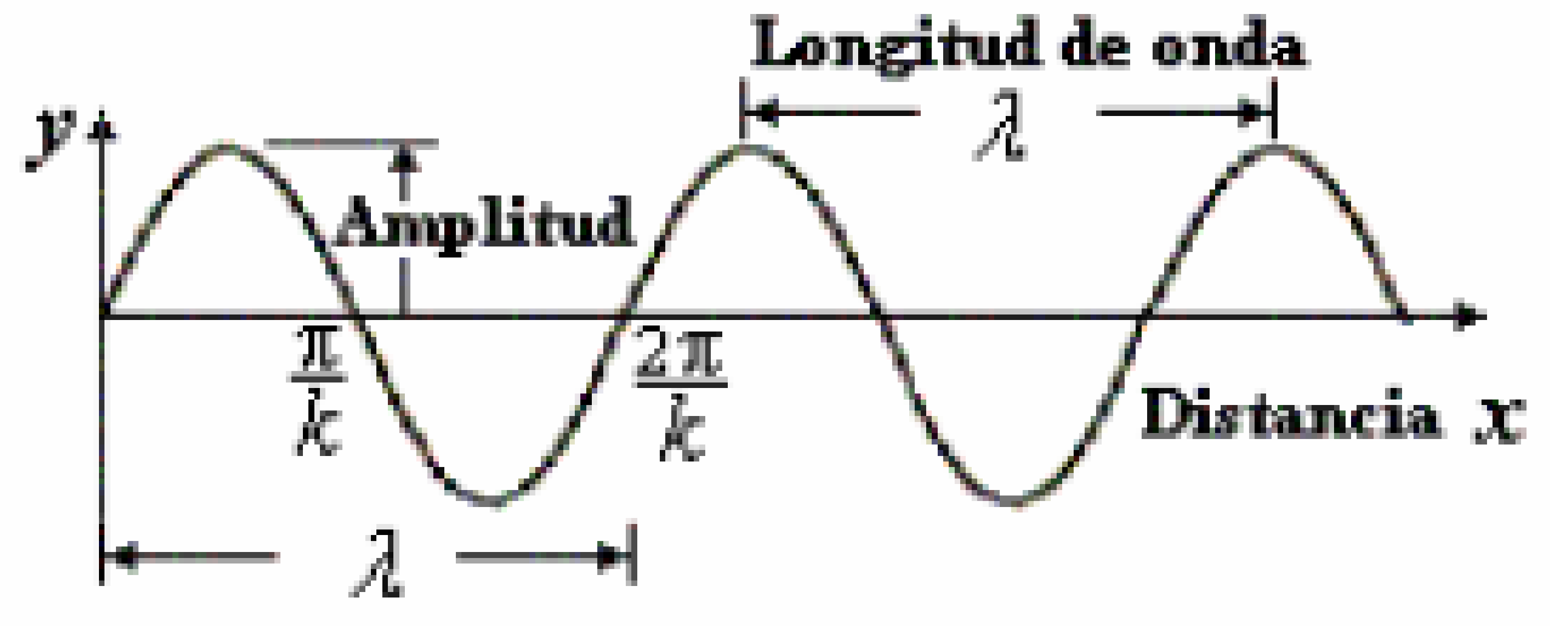
$$=A\operatorname{sen}k\left[\left(x-vt\right)+2\pi\right]$$

$$=A\operatorname{sen}k\left(x-vt\right)=y\left(x,t\right)$$

Observamos que $\frac{2\pi}{k}$ es el "periodo de espacio" de la curva, repitiéndose cada $\frac{2\pi}{k}$, cantidad la llamaremos curva, repitiéndose cada $\frac{2\pi}{k}$, cantidad la llamaremos **longitud de onda y** la designaremos por λ .

Entonces $$\lambda = \frac{2\pi}{\mathrm{k}}$$

Para un determinado tiempo



Observamos que la ecuación (1) también puede ser escrita en la forma

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - kvt) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t)$$

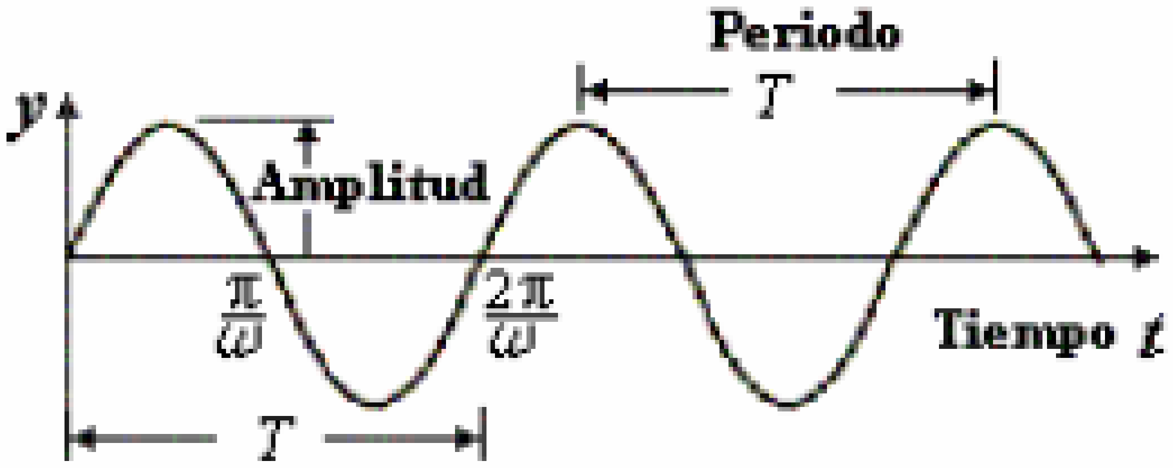
Donde la frecuencia angular $\omega = kv$ y $v = \dfrac{\omega}{k}$

La función $y(x,t)$ es también periódica en el tiempo,

con un periodo $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

Y por lo tanto, con una frecuencia $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$

Para un determinado espacio x.



Podemos obtener una relación importante de las ondas.

$v = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda f$, expresión que concuerda con

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda f$$

También es frecuente escribir la ecuación de la onda sinusoidal en la forma:

$$y = A\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \Rightarrow \; y = A\,\mathrm{sen}\left(kx - \omega t\right)$$

Onda que viaja a la izquierda. Similarmente para una onda que viaja a la izquierda se tendría

$$y = A\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right) \Rightarrow \; y = A\,\mathrm{sen}\left(kx + \omega t\right)$$

Función sinusoidal desfasada con respecto al origen. Adicionalmente, podemos tener una función sinusoidal desfasada con respecto al origen de coordenadas, esto es,

$$y(x) = A\text{sen}(kx - \varphi)$$

y la onda viajera será

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t - \varphi)$$

Similarmente para una onda que viaja hacia la izquierda se tendrá

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx + \omega t - \varphi)$$

Ejemplo 1. Una onda sinusoidal es enviada a lo largo de una de un resorte, por medio de un vibrador fijo en uno de sus extremos. La frecuencia del vibrador es 20
ciclos por segundo y la distancia entre puntos de mínimo sucesivos en el resorte es 24 cm. Encontrar:

a) La velocidad de la onda

b) La ecuación de la onda, sabiendo que el desplazamiento longitudinal máximo es de 4 cm. y que se mueve en el sentido positivo de x.

Solución.

a) Si $f = 20$ Hertz y $\lambda = 24$ cm.
la velocidad es

$$v = \lambda f = 24 \text{ x } 20 = 490 \text{ cm/seg.}$$

b) La ecuación de la onda que se mueve en el sentido positivo es

$$y = A\,\text{sen}(kx - \omega t)$$

Siendo

$$A = 4\text{cm},\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{12} \text{ y}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 40\,\pi$$

Luego la ecuación de la onda es

$$y_{(x,t)} = 4\text{sen}2\pi\left(\frac{x}{24} - 20t\right)$$

Ejemplo 4. Una onda en una cuerda esta descrita por y =0,002sen(0,5x − 628t
Determine la amplitud, la frecuencia, periodo, longitud de onda y velocidad de la onda.

a) La ecuación de la onda es

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t)$$

$$A = 0{,}002\ \mathrm{m}\,,$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0{,}5 \;\Rightarrow\; \lambda = 12{,}6\ \mathrm{m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 628 \;\Rightarrow\; T = 0{,}001\ \mathrm{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = 100\ \mathrm{Hz}$$

$$v = \lambda f = 1260\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ejemplo 5. Una onda en una cuerda esta descrita por $y = 25\text{sen}[1{,}25\pi\, x - 0{,}40\pi\, t]$ en el sistema cgs. Determine la amplitud, la frecuencia, periodo, longitud de onda, la velocidad de propagación y la velocidad transversal de la onda.

Solución.

La ecuación de una onda armónica, en general, es

$$y = A\text{sen}(kx - \omega t) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)$$

La ecuación dada en el problema se puede poner de la forma siguiente

$$y = 25\text{sen}2\pi\left[\frac{x}{\dfrac{2}{1{,}25}} - \frac{t}{\dfrac{1}{0{,}40}}\right]$$

Identificando ambas ecuaciones tenemos:

Amplitud $A = 25$ cm

Longitud de onda $\lambda = \dfrac{2}{1,25} = 1,6$ cm

Frecuencia $f = \dfrac{1}{T} = 0,40$ Hz

Velocidad de propagación

$$v = \frac{\lambda}{T} = 0,64 \text{ cm/s}$$

La velocidad transversal será

$$v_t = \frac{dy}{dt} = 25 \times 0,8\pi \cos \pi(1,25x - 0,80t)$$

$$= 20\pi(1,25x - 0,80t) \text{ cm/s}$$

Ejemplo 6. Un foco puntual realiza un movimiento periódico representado por la ecuación, las unidades están en el sistema cgs.

$$y = 4\cos 2\pi\left(\frac{t}{6} + \frac{x}{240}\right)$$

Se pide determinar:

a) La velocidad de la onda.

b) La diferencia de fase para dos posiciones de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 1 s

c) La diferencia de fase, en un instante dado, de dos partículas separadas 210 cm.

Solución.

a) La velocidad de propagación de la onda es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{240}{6} = 40\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

La velocidad es de sentido contrario al positivo del eje x.

b) La diferencia de fase es

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t+1}{6} - \frac{t}{6}\right) = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} = 30°$$

c) En este caso, la diferencia de fase viene dada por

$$\varphi = 2\pi\,\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = 2\pi\,\frac{210}{240} = 2\pi\,\frac{7}{8} = \frac{7\pi}{4} = 31°$$

c) En este caso, la diferencia de fase viene dada por

$$\varphi = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = 2\pi\frac{210}{240} = 2\pi\frac{7}{8} = \frac{7\pi}{4} = 31°$$

Ejemplo 7. La cuerda Si de un mandolina tiene 0,34 m de largo y tiene una densidad linear de 0,004 kg/m.
El tornillo de ajuste manual unido a la cuerda se ajusta para proporcionar una tensión de 71,1 N. ¿Cuál entonces es la frecuencia fundamental de la cuerda?

Solución.

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2(0{,}34m)}\sqrt{\frac{71{,}1N}{0{,}004\,kg/m}}$$

$$= 196 \text{ Hz}$$