10 Anexo A: Aspectos Básicos de la Radiación Solar

10.1 Relaciones astronómicas Tierra-Sol

La literatura solar contiene una gran variedad de sistemas, métodos y ecuaciones para establecer las relaciones astronómicas Tierra-Sol y calcular la posición del Sol en cualquier momento. Estos cálculos se pueden dividir en dos grupos. El primero de ellos consiste en la aplicación de fórmulas y algoritmos sencillos, los cuales mediante la introducción del día del año, estiman con una precisión adecuada los parámetros básicos de la posición del Sol, como pueden ser la distancia Tierra-Sol, la declinación solar o la ecuación del tiempo (Cooper, 1969; Spencer, 1971; Perrin de Brichambaut, 1975 y Lamm, 1981). El segundo consiste en la aplicación de algoritmos más complejos (Walraven, 1978; Michalsky, 1988; Blanco-Muriel et al., 2001), los cuales dan la posición precisa del sol en un instante determinado, en coordenadas eclípticas, celestes (declinación) y horizontales (cenit, azimut).

10.1.1 Distancia Tierra-Sol

La tierra gira alrededor del Sol en una órbita elíptica, con el Sol ubicado en uno de sus focos (Figura 90.1). La cantidad de radiación solar que llega a la Tierra es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al Sol, por lo cual un valor preciso de la distancia Tierra-Sol es importante. La distancia media Tierra-Sol r_o se denomina unidad astronómica, en que 1 AU es igual a 1.496 x 10^8 km. La distancia mínima Tierra-Sol es alrededor de 0.983 AU, mientras que el máximo es aproximadamente 1.017 AU.

Es conveniente expresar la distancia Tierra-Sol en una forma matemática simple, para este propósito se han desarrollado una serie de expresiones matemáticas de diversa complejidad. Tradicionalmente la distancia r se expresa mediante una expansión en términos de series de Fourier con un número determinado de coeficientes. Con un error máximo de 0.0001, Spencer (1971) desarrolló la expresión 10.1 para el recíproco del cuadrado del radio vector de la Tierra, denominado *Factor de corrección de la distancia Tierra-Sol,* ρ^2.

$$\rho^2 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 = \quad (1.000110 + 0.034221\cos\Gamma + 0.001280\sin\Gamma + 0.000719\cos 2\Gamma + 0.000077\sin 2\Gamma)^{-1} \qquad (10.1)$$

En esta ecuación, Γ, en radianes, se denomina ángulo diario, y viene dado mediante la siguiente expresión:

$$\Gamma = \frac{2\pi}{365}(d_n - 1) \qquad (10.2)$$

donde d_n corresponde al número del día juliano del año ($1 \leq d_n \leq 365$), variando desde 1 para el 1 de enero, hasta 365 para el 31 de diciembre. Para muchas aplicaciones tanto en tecnología como en ingeniería se puede aplicar una expresión más simple (Duffie y Beckman, 1980):

$$\rho^2 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 = \left[1 + 0.033\cos\left(\frac{2\pi\, d_n}{365}\right)\right]^{-1} \qquad (10.3)$$

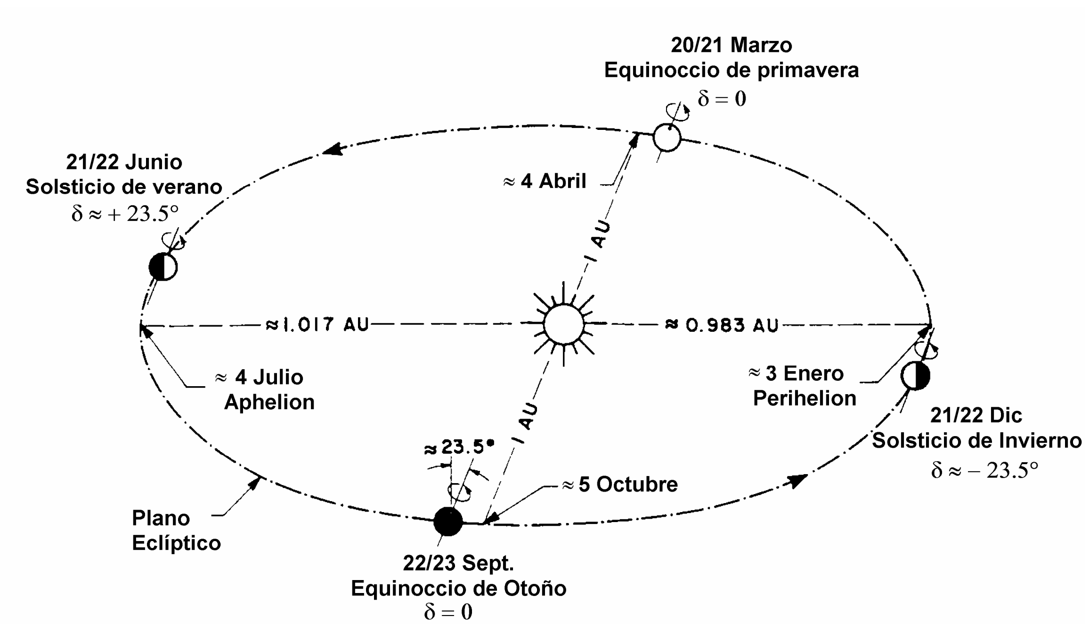

Figura 90.1: Movimiento de la Tierra alrededor del Sol (Iqbal, 1983)

10.1.2 Declinación solar

El plano de revolución de la Tierra alrededor del Sol se denomina plano eclíptico. La Tierra gira sobre sí misma alrededor de un eje denominado eje polar, el cual se encuentra inclinado aproximadamente 23.5° de la normal del plano eclíptico. La rotación de la Tierra alrededor de este eje ocasiona los cambios diurnos en la radiación solar incidente; la posición de este eje relativo al Sol causa los cambios estacionales en la radiación solar. El ángulo entre el eje polar y la normal al plano elíptico permanece invariable. Lo mismo es verdadero para el ángulo entre el plano ecuatorial de la tierra y el plano eclíptico. Aunque, el ángulo que forman el plano ecuatorial y la línea que une los centros del sol y de la tierra cambia cada día, de hecho, cada instante. Este ángulo es llamado *declinación solar* δ. La declinación es cero en los equinoccios (literalmente noches iguales) de primavera y de otoño y tiene un valor aproximado de +23.5º el solsticio de verano y cerca de −23.5º en solsticio de invierno.

Otra forma de representar la declinación solar consiste en dibujar la esfera celeste con la Tierra en el centro y el Sol rotando alrededor de la Tierra (Figura 10.2). Los polos celestes corresponden a los puntos en los cuales el eje polar de la Tierra corta a la esfera celeste. De modo similar, el ecuador celeste es una proyección del plano ecuatorial terrestre sobre la esfera celeste. La intersección del plano ecuatorial terrestre con el plano elíptico de revolución del Sol, produce un ángulo de aproximadamente 23.5º. Para cualquier instante, la posición del Sol relativa al plano del ecuador celeste representa el ángulo de declinación.

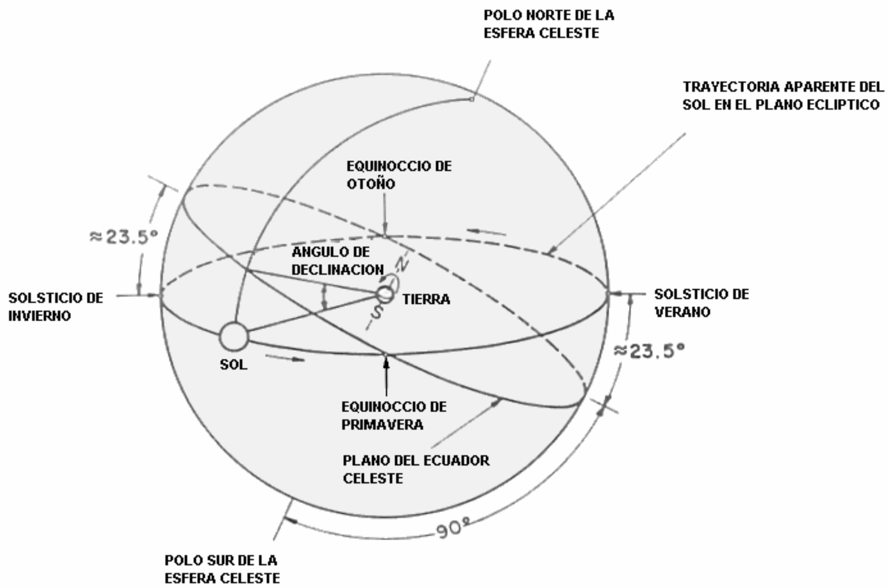

Figura 10.2: Esfera celeste mostrando el movimiento aparente del Sol y el ángulo de declinación solar (Iqbal, 1983)

Para la determinación de la declinación solar pueden consultarse las efemérides. También puede determinarse mediante la aplicación de fórmulas y expresiones aproximadas, que dan su valor con diversos grados de precisión reportados por numerosos autores, la más importante de ellas y la más ampliamente citada en la literatura solar corresponde a la de Spencer (1971). Quien presenta la siguiente expresión para calcular δ, en radianes:

$$\begin{aligned}\delta = {} & 0.006918 - 0.399912\cos\Gamma + 0.070257\sin\Gamma \\ & - 0.006758\cos 2\Gamma + 0.000907\sin 2\Gamma \\ & - 0.002697\cos 3\Gamma + 0.00148\sin 3\Gamma\end{aligned} \quad (10.4)$$

A continuación se presentan dos fórmulas simples comúnmente usadas para determinar la declinación (en grados), como son la fórmula de Perrin de Brichambaut (1975):

$$\delta = \sin^{-1}\left\{0.4\sin\left[\frac{360}{365}(d_n - 82)\right]\right\} \quad (10.5)$$

y la de Cooper (1969), que resulta menos aproximada pero más sencilla:

$$\delta = 23.45\sin\left[\frac{360}{365}(d_n + 284)\right] \quad (10.6)$$

Las dos ecuaciones anteriores son de hecho bastante precisas. Sin embargo, cuando se requiere una gran precisión y para el uso en ordenadores es preferible aplicar la ecuación 10.4. Esta ecuación descrita por Spencer's (1971) en su articulo y tal como lo reseña Iqbal (1983) en su libro, estima δ con un error máximo de 0.0006 rad (< 3´), si se omiten los últimos dos términos el error es de 0.0035 rad (12´).

10.1.3 Ecuación del tiempo E_t

El tiempo solar verdadero esta basado en la rotación de la Tierra sobre su eje polar y el movimiento de traslación alrededor del Sol. Un día solar es el intervalo de tiempo (no necesariamente 24 h) en el que el Sol completa un ciclo alrededor de un observador estacionario en la Tierra. La Tierra gira alrededor del Sol verificándose la ley de las áreas, lo que implica que la velocidad de la Tierra varía a lo largo del año, en consecuencia el día solar no es uniforme, siendo imposible adoptarlo como unidad de tiempo.

Para superar esta dificultad se acuerda tomar una esfera terrestre ficticia que posee un movimiento de rotación uniforme alrededor del Sol, de manera tal que describe una vuelta completa exactamente en el mismo tiempo que emplea la Tierra en describir un giro alrededor del Sol, dando origen al tiempo solar medio.

La diferencia que existe entre el tiempo solar verdadero y el tiempo solar medio es lo que se denomina ecuación del tiempo, la cual varía de un lugar a otro a lo largo del año. Para la determinación de la ecuación del tiempo la literatura ofrece una gran cantidad de referencias, partiendo del uso de gráficas (Whillier, 1965) y formulas sencillas (Spencer, 1971; Lamm, 1981), hasta la aplicación de algoritmos complejos (Michalsky, 1988; Blanco-Muriel et al., 2001). Spencer (1971) propone la siguiente fórmula para calcular la ecuación del tiempo (en minutos):

$$\begin{aligned} E_t \quad = \quad & (0.000075 + 0.001868 \cos\Gamma + 0.032077 \sin\Gamma \\ & - 0.014615 \cos 2\Gamma - 0.04089 \sin 2\Gamma)(229.18) \end{aligned} \qquad (10.7)$$

En esta ecuación el primer término de la izquierda entre paréntesis representa la ecuación del tiempo en radianes, y el factor 229.18 se usa para convertir los radianes en minutos. El máximo error de la ecuación (10.7) es del orden de 0.0025 radianes, más o menos 35 segundos. Para cálculos con una precisión menor, la ecuación del tiempo en minutos puede ser obtenida de la Figura 10.3.

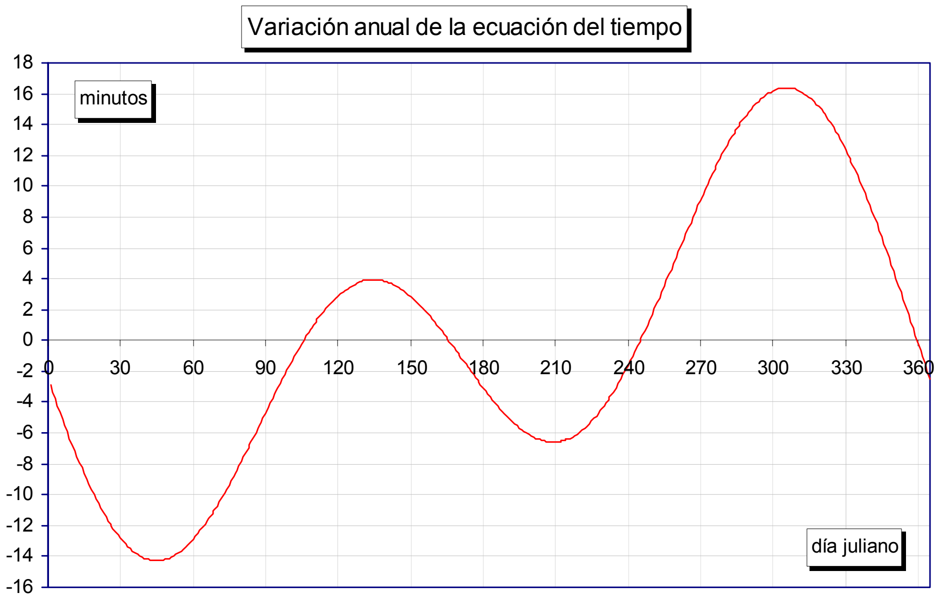

Figura 10.3: Variación anual de la ecuación del tiempo

10.1.4 Tiempo solar verdadero

Los datos de irradiación solar son generalmente registrados en base al tiempo local aparente (LAT), también llamado tiempo solar verdadero (TST). Así mismo, algunos datos meteorológicos a menudo son registrados en base al tiempo de reloj local. Por esto, es deseable convertir el tiempo local estándar a tiempo local aparente. Para realizar esta conversión es necesario conocer el meridiano central del huso horario de la zona en consideración. En España (Península y Baleares) y Portugal el meridiano central del huso horario es el meridiano 0° ó de Greenwich.

El tiempo local aparente para el tiempo local estándar dado puede expresarse de la siguiente manera:

Tiempo local aparente = tiempo local medio + ecuación del tiempo

= tiempo local estándar + corrección por longitud + ecuación del tiempo

= tiempo local estándar + $4*(Ls - Le) + E_t$

donde *Ls* es la longitud estándar (meridiano estándar o central del huso horario) y *Le* es la longitud local. La corrección por longitud, 4 minutos por cada grado, expresa la diferencia entre los meridianos local y estándar. Debe hacerse notar que la corrección por longitud es positiva sí el meridiano local esta al este del meridiano estándar y negativo sí esta al oeste del meridiano estándar. El valor obtenido de la ecuación del tiempo es sumado algebraicamente; puede ser positivo o negativo.

10.1.5 Posición del Sol relativa a superficies horizontales

Para calcular la irradiación solar que llega a una superficie horizontal sobre la superficie de la tierra, es necesario escribir las relaciones trigonométricas entre la posición del sol en el cielo y las coordenadas (ecuatoriales) sobre la tierra. Por ejemplo, se puede describir a un observador ubicado en la tierra dibujando una esfera celestial con la tierra como centro (Figura 10.4). En cualquier momento, un observador sobre la superficie de la tierra tiene una posición correspondiente en la esfera celestial llamada el cenit del observador; este es el punto de intersección con la esfera celestial de una normal a la superficie de la tierra en la posición del observador. El punto diagonalmente opuesto al cenit local es llamado nadir. El horizonte del observador es un gran círculo dentro de la esfera celestial en cuyo centro esta la tierra y que es atravesado normalmente por la línea que une el centro de ésta y el cenit del observador.

El cenit θ_z es el ángulo entre el cenit local y la línea que une al observador y el sol. Este es un ángulo que varia entre 0º y 90º. La altura solar α (también llamada elevación solar) es la altura angular del sol sobre el horizonte celestial del observador. Este es un ángulo que varía entre 0º y 90º. La altura solar es el complemento del ángulo cenital.

El azimut solar ψ es el ángulo en el cenit local entre el plano del meridiano del observador y el plano de un gran círculo que pasa por el cenit y el sol. Es medido hacia el este positivamente, oeste negativamente, (sur = cero) y de este modo varía entre 0º y ±180º. El ángulo horario ω es el ángulo medido en el polo celestial entre el meridiano del observador y el meridiano del sol. Contado desde el medio día, cambia 15º por hora.

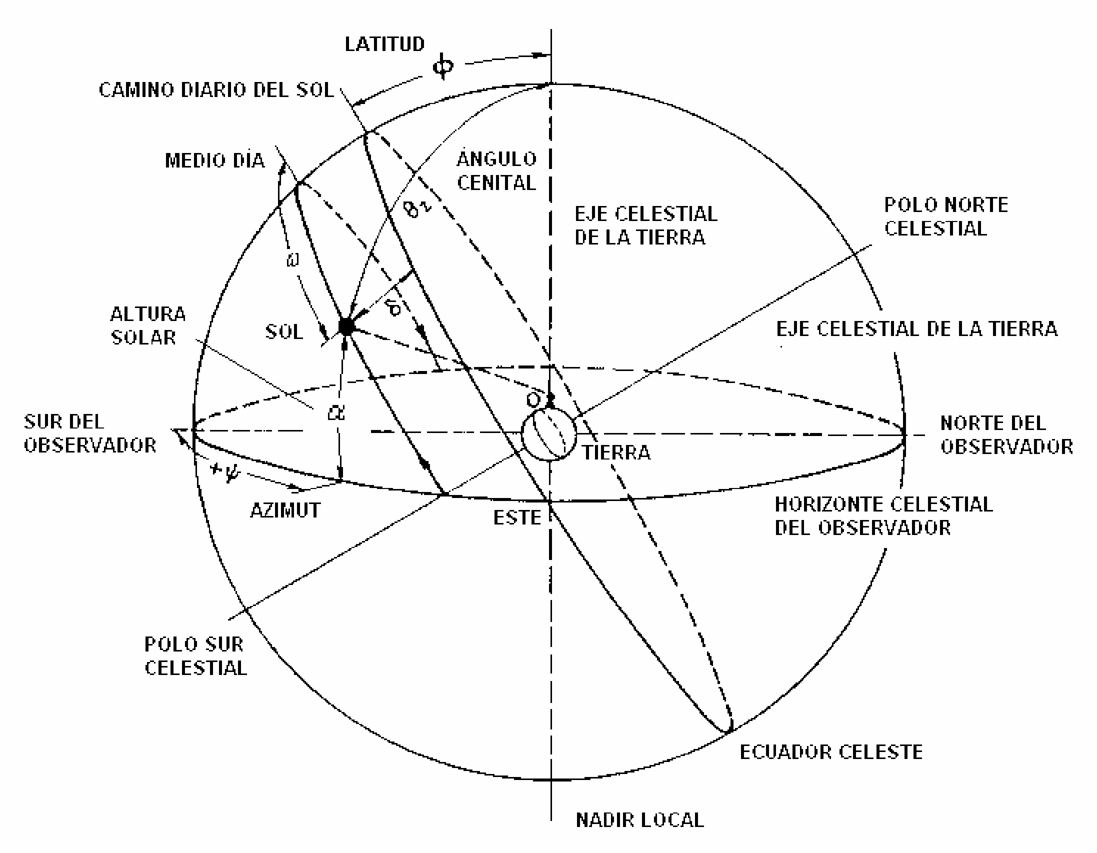

Figura 10.4: Esfera celestial y coordenadas del sol relativas a un observador ubicado sobre la tierra en el punto O

Para una posición geográfica dada, en ausencia de la atmósfera de la tierra, la relación trigonométrica entre el sol y una superficie horizontal es bien conocida. Esta es como sigue:

$$\cos\theta_z = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi\cos\omega = \sin\alpha \quad (10.8)$$

y

$$\cos\psi = \frac{\sin\alpha\sin\phi + \sin\delta}{\cos\alpha\cos\phi} \quad (10.9)$$

con

$$\begin{array}{lll} 0° \le \psi \le 90° & y & \cos\psi \ge 0 \\ 90° \le \psi \le 180° & y & \cos\psi \le 0 \end{array} \quad (10.10)$$

Las definiciones y convenciones de signo son resumidas a continuación:

- θ_z es el ángulo cenital, en grados;
- es la altura solar, también llamada elevación solar, en grados; $\alpha=90-\theta_z$;
- es el ángulo horario, igual a cero a mediodía y positivo en la mañana:
- es la latitud geográfica, en grados, norte positivo;
- es el azimut local, en grados, sur cero, este positivo (ver la Figura 10.5 para una mejor descripción de este ángulo); y
- es la declinación solar, la posición angular del sol respecto al plano ecuatorial, note positivo, en grados.

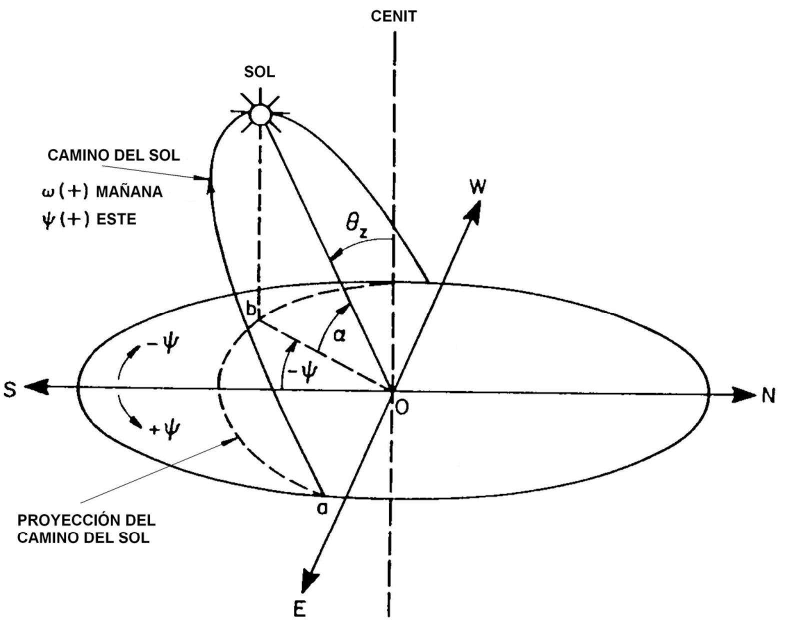

Figura 10.5: Definición del ángulo cenital del sol, la altura solar y el azimut

Para todos los efectos prácticos, la refracción de la atmósfera de la tierra tendrá una influencia despreciable sobre la altura solar aparente, la cual es levemente menor que la altura calculada. La diferencia varía desde 0' (minutos) en el cenit, hasta 34' en la horizontal. Es levemente dependiente, de la temperatura y presión atmosférica, y esta tabulada en los almanaques para θ_z entre 80º y 90º , donde el efecto es máximo.

La ecuación (10.8) puede ser resuelta para el ángulo horario de salida del sol ω_s. A la salida del sol $\theta_z = 90º$. Lo que resulta en:

$$\omega_s = \cos^{-1}\left(-\tan\phi\tan\delta\right) \qquad (10.11)$$

Nótese que el ángulo horario de la salida del sol es igual al ángulo horario de la puesta del sol excepto por la diferencia de signo.

De la ecuación precedente, puede ser calculada la duración del día. La duración del día es $2\omega_s$, y cuando se expresa en horas tiene la siguiente forma:

$$N_d = \frac{2}{15}\cos^{-1}\left(-\tan\phi\tan\delta\right) \qquad (10.12)$$

10.2 Irradiación solar extraterrestre

La radiación solar extraterrestre se genera analíticamente tomando en cuenta la evolución astronómica de la radiación solar (para una latitud determinada) y representa el valor de radiación solar que recibe la tierra en el límite superior de la atmósfera.

La irradiancia (cantidad de energía) $\boldsymbol{dG_0}$ durante un período corto de tiempo $\boldsymbol{dt}$ se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$dG_0 = \frac{I_{SC}\cos\theta_z}{\rho^2}\,dt \qquad (10.13)$$

donde: $I_{SC} = 4921$ kJ m^{-2} h^{-1} es la constante solar; ρ^2 es el *Factor de corrección de la distancia Tierra-Sol*, y θ_z es el ángulo solar cenital.

Luego utilizando la expresión 10.8 para el *cos* θ_z y dado que:

$$dt = \left(\frac{12}{\pi}\right)d\omega \qquad (10.14)$$

la expresión 10.13 queda de la siguiente forma:

$$dG_0 = \frac{(12/\pi)\, I_{SC}\, (\sin\delta \sin\phi + \cos\delta \cos\phi \cos\omega)}{\rho^2}\, d\omega \qquad (10.15)$$

Luego integrando la expresión anterior sobre un período determinado de tiempo es posible obtener el valor correspondiente.

Así, la irradiación solar extraterrestre sobre un período de 1 hora será:

$$G_0 = \frac{I_{SC}}{\rho^2}\left[\sin\delta \sin\phi + \left(\frac{24}{\pi}\right)\sin\left(\frac{\pi}{24}\right)\cos\delta \cos\phi \cos\omega_i\right] \qquad (10.16)$$

donde ϕ es la latitud del lugar, δ es la declinación y ω_i es el ángulo horario.

Y la irradiación extraterrestre diaria total desde el amanecer hasta el ocaso será:

$$H_0 = \frac{24}{\pi}\frac{I_{SC}}{\rho^2}\left[\cos\phi \cos\delta \cos\omega_s + \left(\frac{2\pi\omega_s}{360}\right)\sin\phi \sin\delta\right] \qquad (10.17)$$

donde ω_s es el ángulo horarios del amanecer y del atardecer.

10.3 Unidades de medida de la irradiación solar

En los estudios de la irradiación solar, se manipulan fundamentalmente, magnitudes de energía y potencia. Cuando se trabaja con energía se utiliza como unidad el Joule (J), propia del Sistema Internacional (SI), o también algún múltiplo o submúltiplo de la misma, pero en la práctica se utilizan corrientemente otras unidades energéticas como:

1 kilovatio-hora (1 kWh) = 3.6 × 106 J

1 kilocaloría (1 kcal) = 103 cal = 4186 J

También cabe recordar una antigua unidad de energía por unidad de superficie: el Langley (ly), que es igual a 1 cal / cm^2.

En cuanto a la potencia se utiliza el vatio (W), propia del sistema SI, y algún múltiplo o submúltiplo de ella.