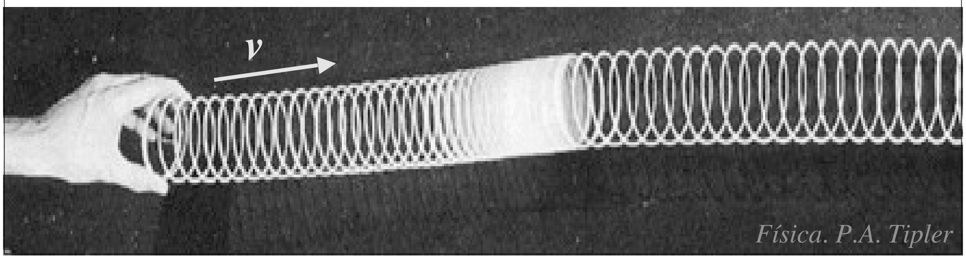
ONDAS

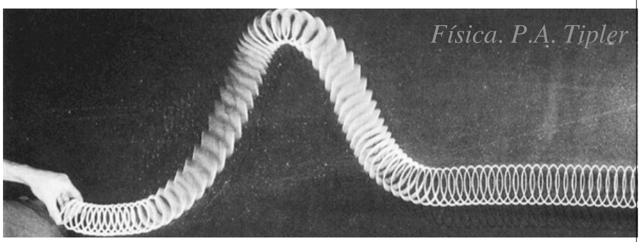
- **Onda** es la propagación (sin disipación) de una perturbación desde una región del espacio a otra
- Las ondas transportan energía y cantidad de movimiento a través del espacio sin transporte neto de materia
- Se llaman ondas mecánicas cuando las ondas necesitan un medio material para propagarse



Tipos de ondas

Onda transversal

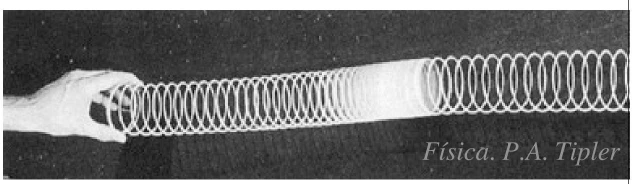
La perturbación es perpendicular a la dirección de propagación



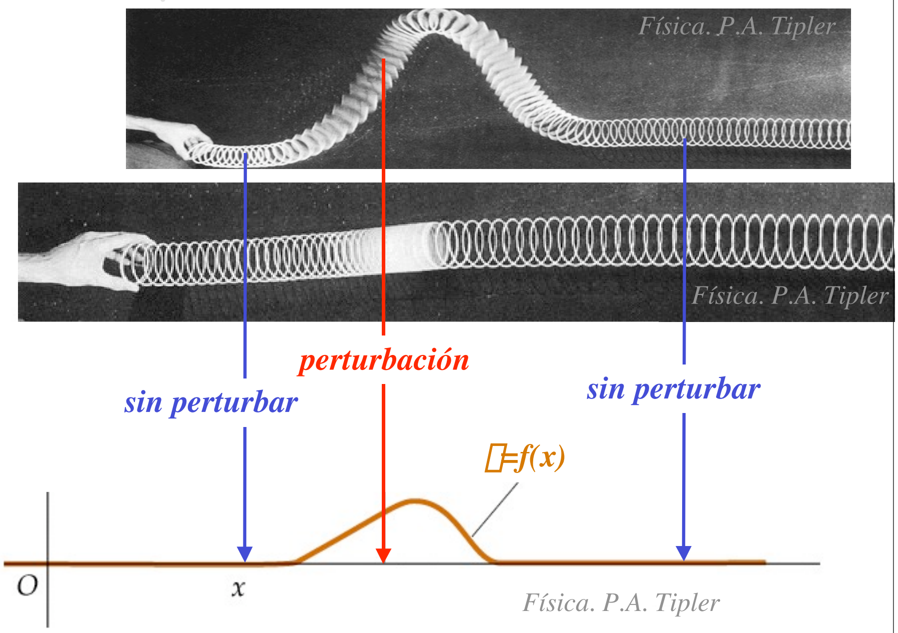
Polarización:
Si la dirección de la perturbación esta bien definida.
Si no cambia: polarización lineal, si gira regularmente: polarización cricular, ...

Onda longitudinal

La perturbación tiene la misma dirección que la de propagación

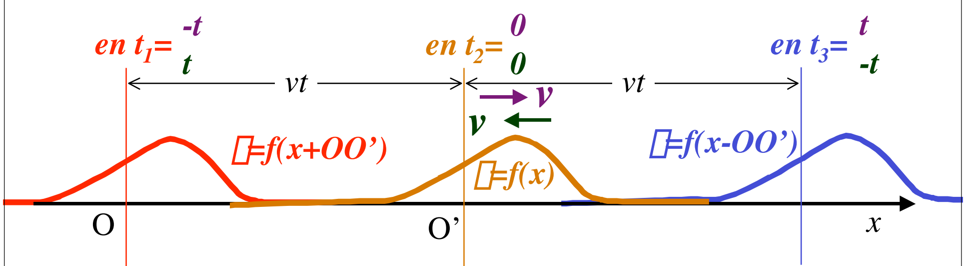


Representación de una onda



Onda unidimensional

La perturbación mantiene su forma mientras se propaga



$\psi(x,t) = f(x-vt)$ *se propaga en el sentido positivo*

$\psi(x,t) = f(x+vt)$ *se propaga en el sentido negativo*

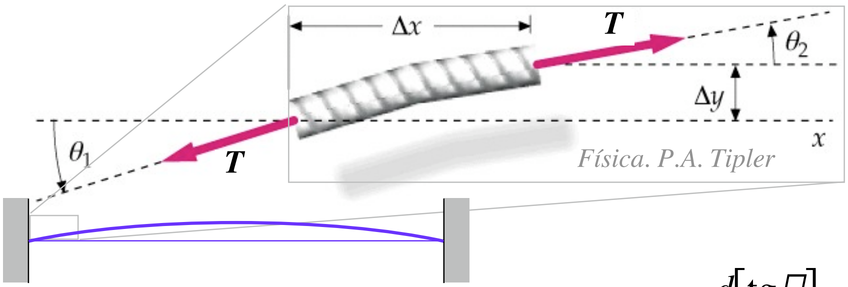
$$\frac{\partial^2 f(x \pm vt)}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{df(u)}{du}\right] = \frac{d^2 f(u)}{du^2}$$

$$\frac{\partial^2 f(x \pm vt)}{\partial t^2} = \pm v \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{df(u)}{du}\right] = v^2 \frac{d^2 f(u)}{du^2}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

Ecución diferencial de una Onda

FUERZA TRANSVERSAL EN UNA CUERDA TENSA



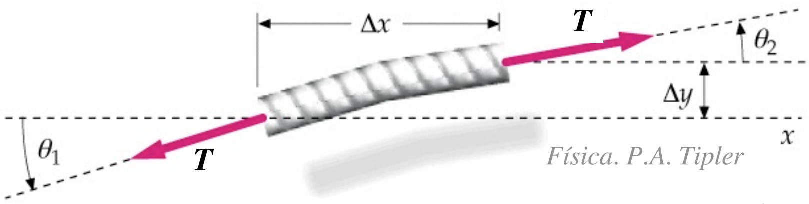
$$F_y = T(\text{sen}\,\theta_2 - \text{sen}\,\theta_1) \approx T\left[\text{tg}(\theta + d\theta) - \text{tg}\,\theta\right] = T\frac{d\left[\text{tg}\,\theta\right]}{dx}dx$$

La ***perturbación*** *en el caso de la cuerda es la desviación vertical de la posición de equilíbrio* $\Delta y = \xi(x,t)$

$$\text{tg}\,\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$

$$F_y \approx T\,\frac{d(\partial \xi / \partial x)}{dx}dx = T\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}dx$$

ONDAS TRANSVERSAL EN UNA CUERDA TENSA



$\mu = dM/dx = \rho A$ *propiedad característica de la cuerda*

$\xi(x,t) = \Delta y$: *distancia vertical a la posición de equilibrio*

$$a_y = \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\vec{F} = M\vec{a} \Rightarrow F_y = T\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}dx = dM\;a_y = dM\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$

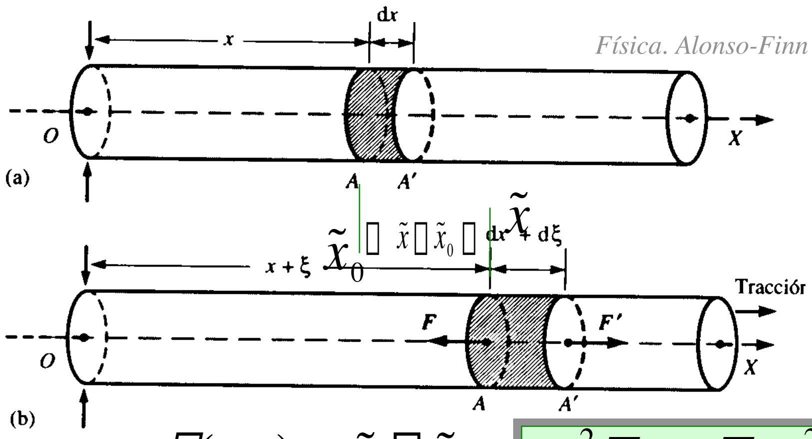
$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Ecuación diferencial de las ondas transversales en una cuerda tensa.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

velocidad de propagación

ONDAS LONGITUDINALES EN UNA VARILLA



$$\tilde{x}_0 \quad \square\ \tilde{x} \square \tilde{x}_0 \square\ \tilde{x}$$

$$\square(x,t) = \tilde{x} \square \tilde{x}_0$$

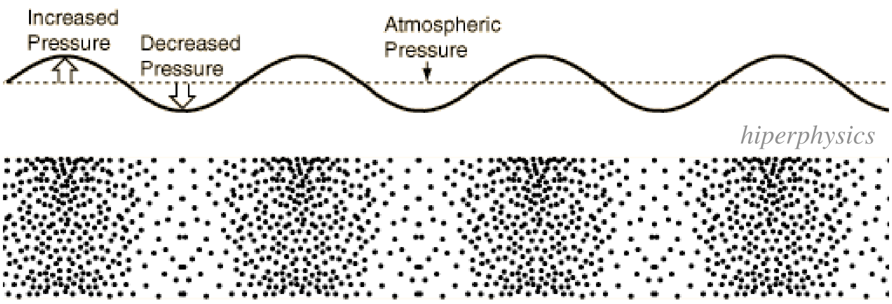
$$\frac{\partial^2 \square}{\partial x^2} = \frac{\square}{\square} \frac{\partial^2 \square}{\partial t^2}$$

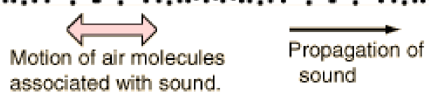
velocidad de propagación de las ondas longitudinales en una varilla

$$v = \sqrt{\frac{\square}{\square}}$$

□:modulo Young, □: densidad
□: deformación longitudinal

ECUACION DE ONDAS DE PRESION EN UN GAS





$$\square(x,t) = p \square p_0$$

$$\square(x,t) = \square \square \square_0$$

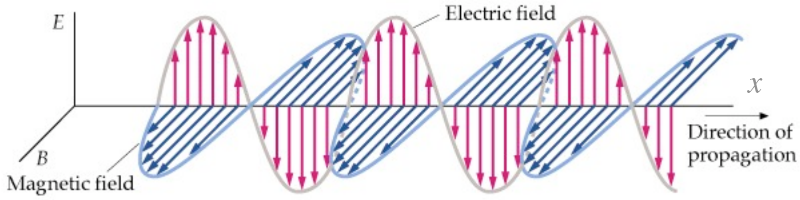
$$\frac{\partial^2 \square}{\partial x^2} = \frac{\square_0}{\square} \frac{\partial^2 \square}{\partial t^2}$$

velocidad de propagación de las ondas de presión en un gas

$$v = \sqrt{\frac{\square}{\square_0}}$$

□:elasticidad (μp_0), $\square_0$: densidad
□: cambio de presión o densidad

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS



Física. P.A. Tipler

$$\xi(x,t) = \vec{E}$$
$$\xi(x,t) = \vec{B}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}}$$

ε: permitividad
μ: permeabilidad
ξ: cambio de los campos eléctrico y magnético

velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}}$$

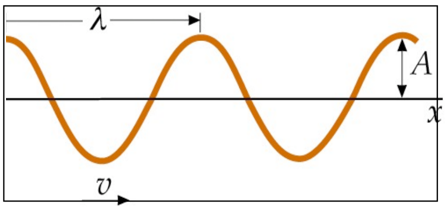
En el vacio ε_0=8.85 10^{-11} (S.I.), μ_0=12.57 10^{-7} (S.I.) => c=299 792 457 ms^{-1}

Ondas armónicas en una dimensión

La perturbación viene definida por una función armónica

$$\boxed{\xi(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left[k(x \pm vt) + \varphi\right]}$$

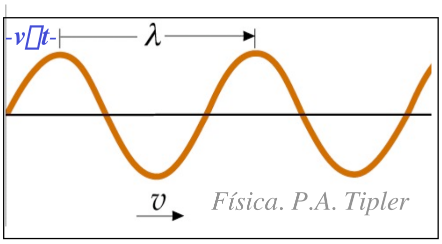
A: *Amplitud de la onda*
k: *número de onda*



$\lambda = 2\pi k^{-1}$: longitud de onda

$t=t_1$

$$\xi(x,t_1) = A\,\mathrm{sen}\left[k(x \pm vt_1)\right]$$



$t=t_2$

$$\xi(x,t_2) = A\,\mathrm{sen}\left[k(x \pm vt_2)\right]$$

$$v\Delta t = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{4}\frac{\lambda}{v} = \frac{T}{4}$$

T: periodo

$f = T^{-1}$: frecuencia

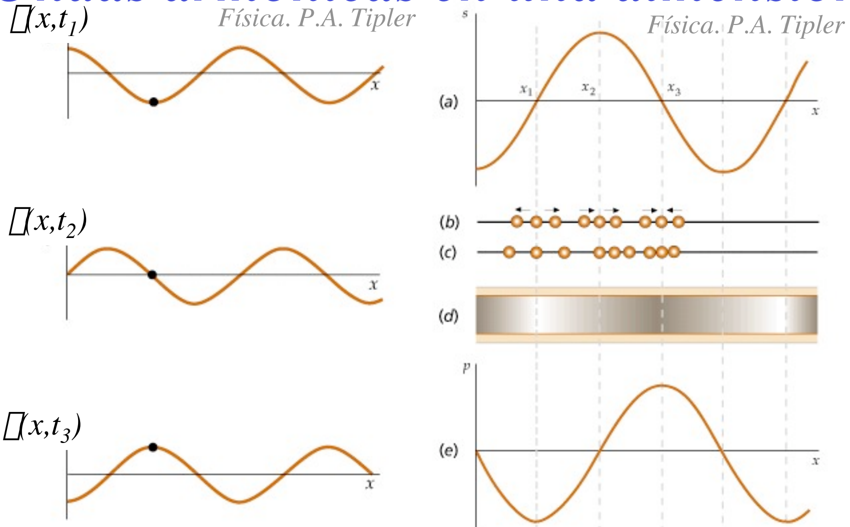
Expresiones usuales de las ondas armónicas

$$\psi(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left[k(x \pm vt)\right]$$

$$\psi(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left[kx \pm \omega t\right] \qquad v = \frac{\omega}{k}$$

$$\psi(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T}\right)\right] \qquad v = \frac{\lambda}{T}$$

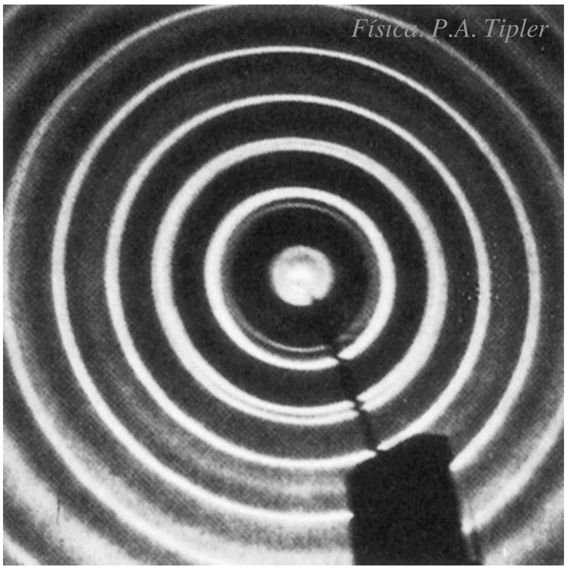
Ondas armónicas en una dimensión



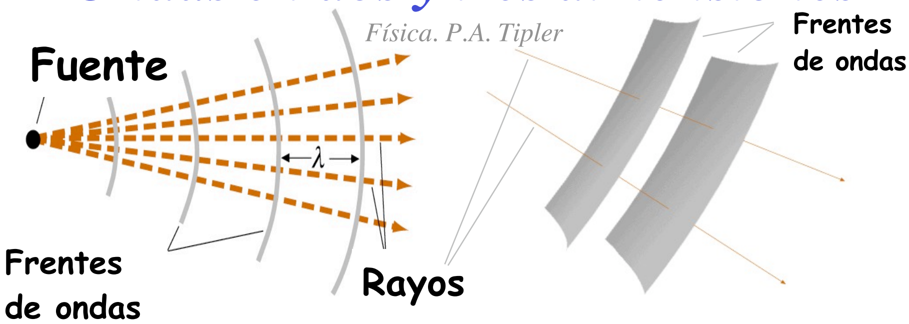
En cada punto se da un movimiento armónico simple

$$\psi(x_1,t) = A\,\mathrm{sen}\left[k(x_1 \pm vt)\right] = A\,\mathrm{sen}[\pm \underbrace{\omega}_{kv} t + \underbrace{\varphi_1}_{kx_1}]$$

Ondas en dos y tres dimensiones



Ondas en dos y tres dimensiones

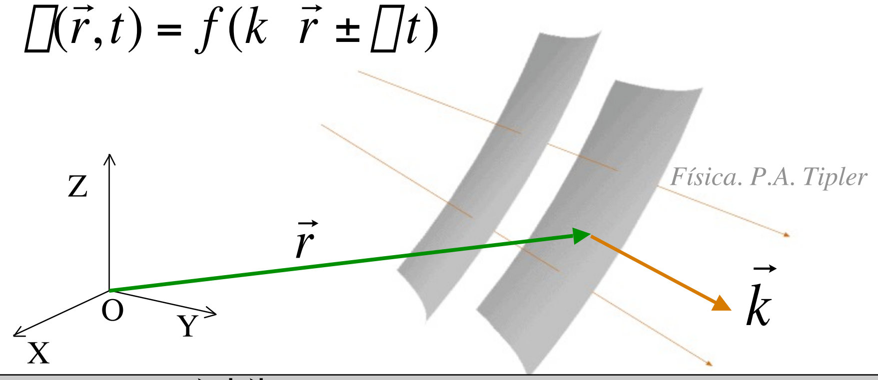


Frente de ondas: Es el lugar geométrico de los puntos con el mismo valor de la perturbación y a un mismo número de longitudes de onda λ del origen de la propagación (en 2 dimensiones son lineas y en 3 dimensiones superficies)

Rayo: Lineas perpendiculares a los frentes de onda

Ecuaciónes de las ondas en tres dimensiones

$$\psi(\vec{r},t) = f(\vec{k}\cdot\vec{r} \pm \omega t)$$



Ondas planas: $\vec{k}/|\vec{k}| = cte$ $\quad \psi(\vec{r},t) = f(k_x x + k_y y + k_z z \pm \omega t)$

armónica: $\psi(\vec{r},t) = \psi_0 \operatorname{sen}(k_x x + k_y y + k_z z \pm \omega t)$

Ondas esféricas: $\vec{k} = k\vec{u}_r$ $\quad \psi(\vec{r},t) = f(kr \pm \omega t)$

origen en la fuente

armónica: $\psi(\vec{r},t) = \dfrac{\psi_0}{r}\operatorname{sen}(kr \pm \omega t)$

Intensidad de una Onda

La intesidad I de una onda se define como la energía que fluye por unidad de tiempo a través de un área unidad perpendicular a la dirección de propagación.

unidades de I en el S.I.: J s^{-1} m^{-2} o wat m^{-2}

$\varepsilon = \dfrac{I}{v}$ Energía por unidad de volumen (densidad de energía)

$\overline{\dfrac{d\varepsilon}{dt}} = I\,S$ Potencia media necesaria para mantener la perturbación en el medio de sección S

Densidad de energía para una onda mecánica armónica unidimensional:

$$\varepsilon = \frac{E}{V} = \frac{1}{2}\frac{\sum m_i \omega^2 A^2}{V} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$$

Onda armónica plana: $I \propto \varepsilon \propto \psi_0^2$ Onda armónica esférica: $I \propto \varepsilon \propto \dfrac{\psi_0^2}{r^2}$

Superposición de Ondas armónicas. Interferencias

Cualquier perturbación periódica se puede generar como superposición de ondas armónicas (desarrollo de Fourier)

$$\psi(x,t) = \sum_{i=1} A_i \,\mathrm{sen}\left[k_i(x \pm vt) + \varphi_i\right]$$

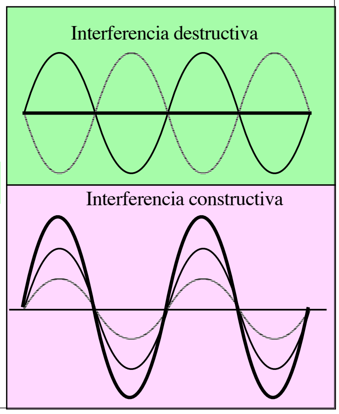
La interferencia puede aumentar la perturbación (constructiva) o disminuir la perturbación (destructiva).

Cuando la interferencia se da entre ondas de la misma frecuencia (y longitud de onda) es destructiva cuando la diferencia de fase es π

$$\psi(x,t) = A_1 \,\mathrm{sen}\left[k(x \pm vt)\right] + A_2 \,\mathrm{sen}\left[k(x \pm vt) + \pi\right]$$

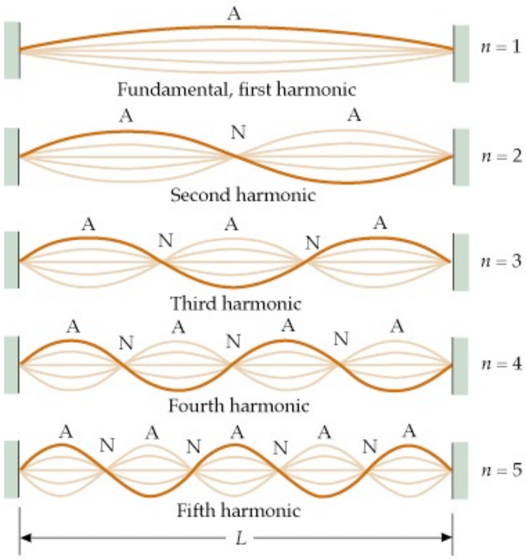
y constructiva cuando las ondas estan en fase

$$\psi(x,t) = A_1 \,\mathrm{sen}\left[k(x \pm vt)\right] + A_2 \,\mathrm{sen}\left[k(x \pm vt)\right]$$

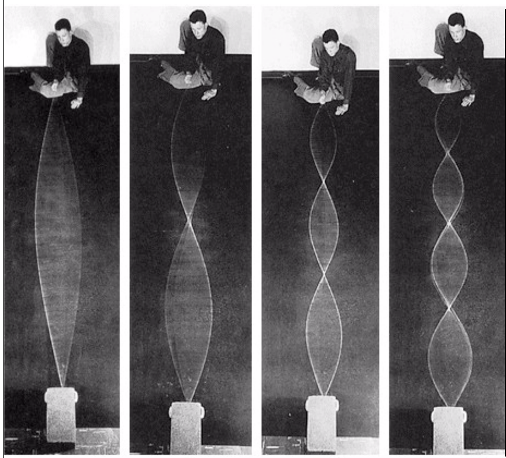


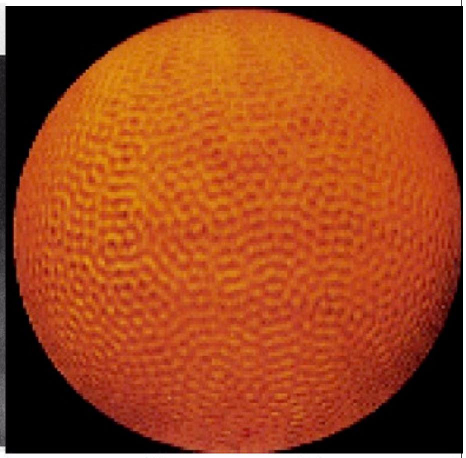
Superposición de Ondas armónicas. Ondas estacionarias

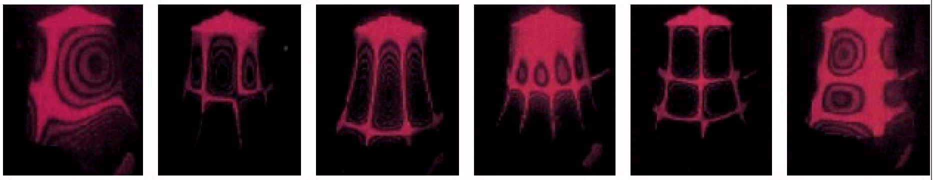
Cuando se producen interferencias de ondas en un medio, dependiendo de las caracteristicas del medio, puede llegarse a una situación en la que la interferencia es constructiva para una única longitud de onda. En este caso existen puntos en los que la perturbación es siempre nula (**nodos**) y otros en que la ampliud de la perturbación es máxima (**vientres**). Estas ondas se llaman estacionarias ya que **aparentemente** la perturbación no se desplaza.



Ejemplos de ondas estacionarias

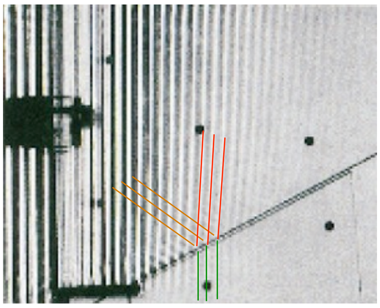


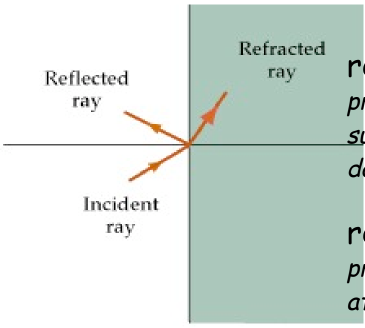




Propagación de ondas en medios limitados

Cuando una onda incide sobre una superficie de separación entre dos medios en los que la velocidad de la onda es diferente parte de la onda se refleja y parte se transmite



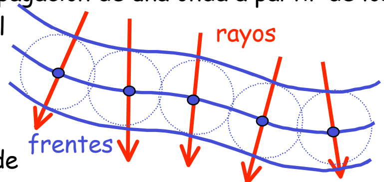


refracción: *es el cambio en la dirección de propagación de una onda que atraviesa la superficie de separación entre dos medios en donde se propaga con diferente velocidad.*

reflexión: *es el cambio en la dirección de propagación de la onda que no es capaz de atravesar la superficie de separación entre dos medios.*

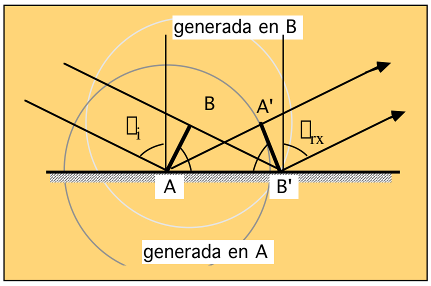
Método de Huygens

Huygens ideó un método para construir la propagación de una onda a partir de los frentes de onda. Consideró que cada punto del frente de onda emite una onda esférica de forma que la superposición de todas las ondas esféricas da como resultado un nuevo frente de ondas (la envolvente de todos los frentes de onda esféricos). Repitiendo este procedimiento se puede obtener el frente de onda en cualquier instante una vez conocido el frente en un instante dado.



(a) (b)

Ecuaciones de la reflexión y refracción.

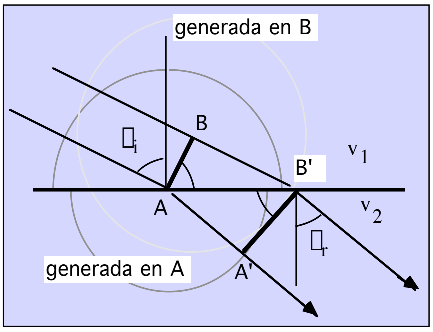


reflexión:

AA' =BB' = vt

sen θ_{rx} = sen θ_i => θ_{rx} = θ_i

Ángulo del rayo incidente con la normal (ángulo de incidencia) igual a ángulo del rayo reflejado con la normal (ángulo de reflexión).



refracción:

Los rayos incidente y refractado se encuentran en el mismo plano, AA' = v_2t y BB' = v_1t por lo que:

sen θ_r / sen θ_i = v_2/v_1

El ángulo de refracción es mayor (menor) que el ángulo de incidencia si la velocidad de propagación en el nuevo medio es mayor (menor).

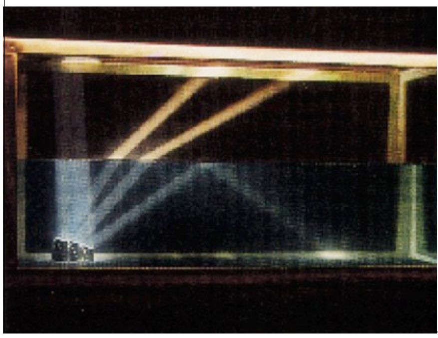
Reflexión total. Ángulo límite

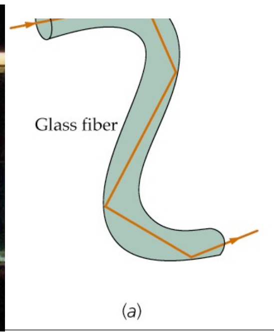
$$\text{sen}\,\theta_r = \frac{v_2}{v_1}\,\text{sen}\,\theta_i \leq 1$$

Si v_2>v_1 existe un valor límite de θ_i (ángulo límite θ_L) a partir del cual no se da la refracción (ya que seria sen θ_r >1) y toda la onda se refleja.

$$\text{sen}\,\theta_L = \frac{v_1}{v_2}$$

Cuando θ_i > θ_L se produce lo que se conoce como reflexión total.





DIFRACCIÓN

Es el fenómeno que se presenta siempre que una onda se encuentra con un obstáculo, o una abertura, de dimensiones comparables a su longitud de onda.

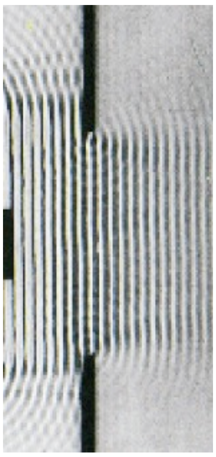
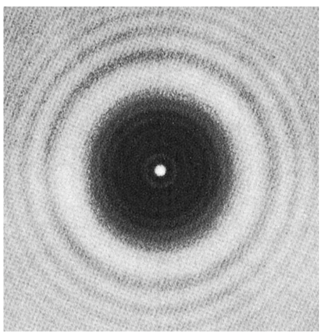
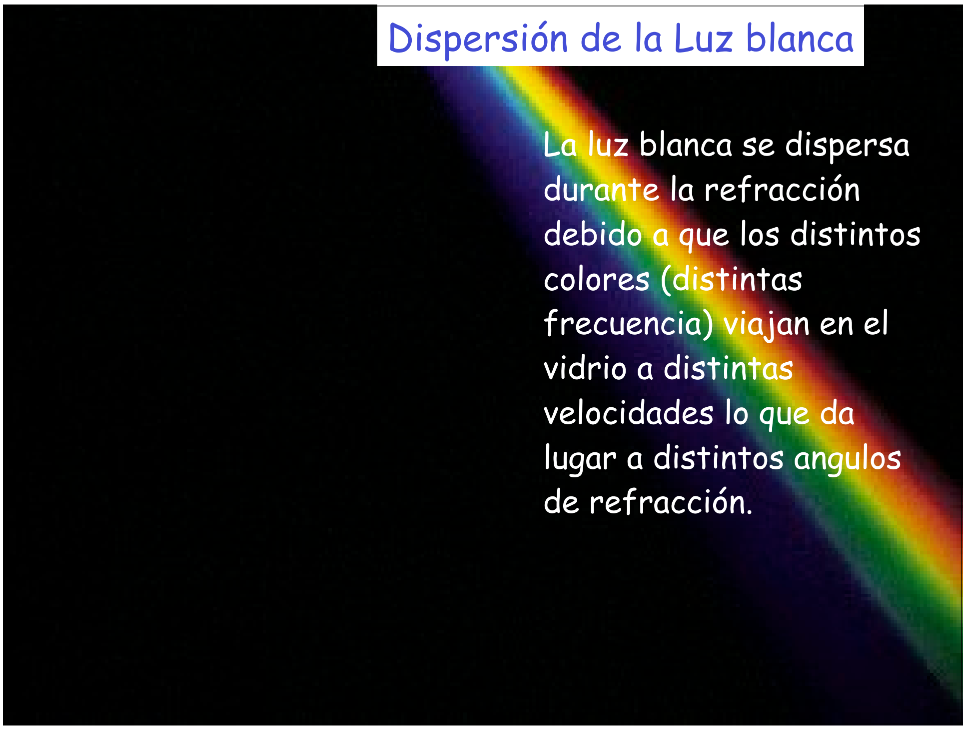


Figura de difracción de un disco opaco





Paquetes de Onda

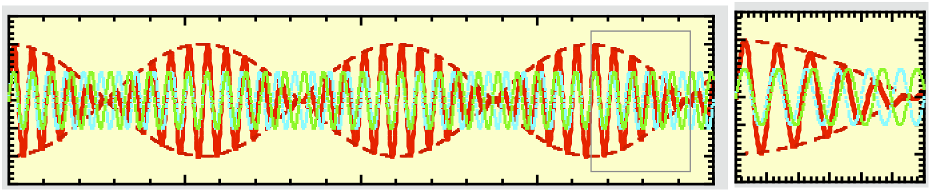
Las perturbaciones se producen a menudo como un 'pulso' que se propaga de un punto a otro. Este tipo de ondas se puede construir como superposición de infinitas ondas armónicas (transformada de Fourier).

Una forma simple de generar un tren de pulsos es la superposición de dos ondas armonicas de frecuencia y longitud de onda parecidas

$$\psi(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left[k_1 x - \omega_1 t\right] + A\,\mathrm{sen}\left[k_2 x - \omega_2 t\right]$$

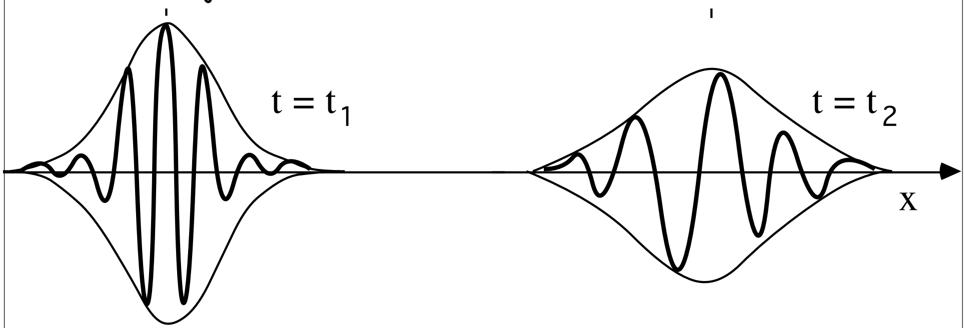
$$k = \frac{k_1 + k_2}{2}, \quad \Delta k = |k_2 - k_1| \qquad \omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad \Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|$$

$$\psi(x,t) = 2A\cos\left[\frac{1}{2}(\Delta k x - \Delta\omega t)\right]\mathrm{sen}\left[kx - \omega t\right]$$



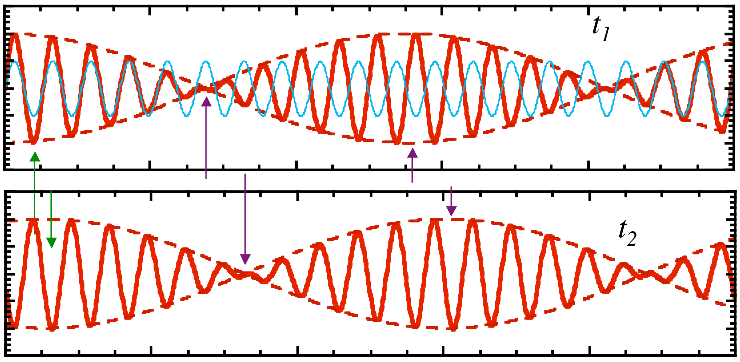
Paquetes de Onda en Medios Dispersivos

En muchos casos la velocidad de una onda en un medio es independiente de su frecuencia (o longitud de onda). Sin embargo en algunos medios, conocidos como dispersivos, esto no es así si no que la velocidad de propagación de las ondas armónicas varía con la frecuencia $v=v(\omega)$. Un ejemplo es la propagación de ondas superficiales en un líquido. Debido a la dispersión, una onda no armónica (como un pulso) cambiará de forma según se propaga, ya que las distintas componentes armónicas viajan a distinta valocidad.



Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase

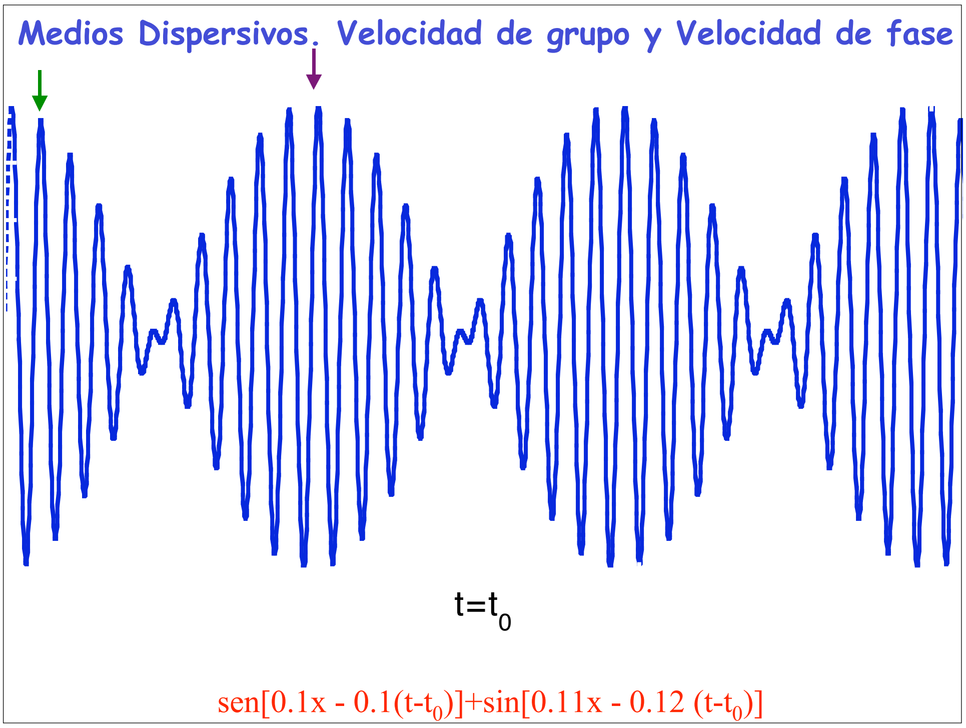
Si nos fijamos en un tren de pulsos como el de la figura, la envolvente (linea roja discontinua) se desplazara a una velocidad (de grupo) diferente que la velocidad de (fase) con que se mueven los máximos de la perturbación (cada uno de los extremos de la linea roja continua)

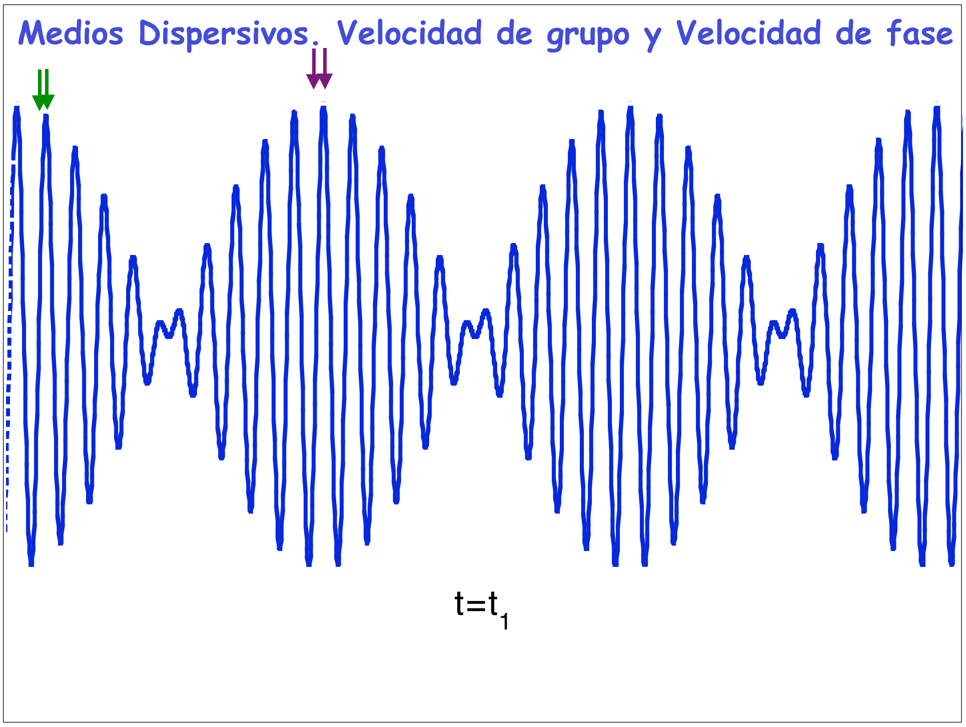


$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

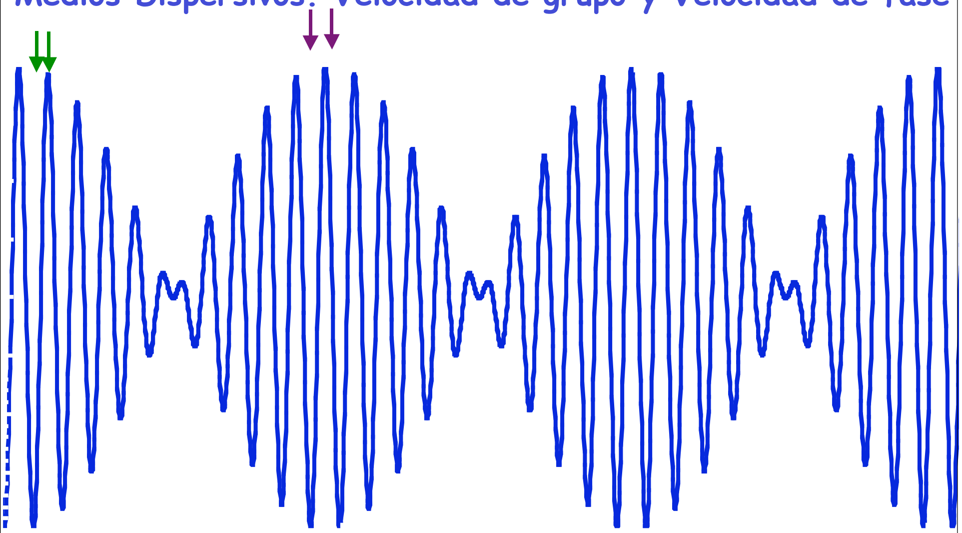
$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

$$\psi(x,t) = 2A\cos\left[\frac{1}{2}(\Delta k x - \Delta\omega t)\right]\mathrm{sen}\left[kx - \omega t\right]$$


Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
t=t0
sen[0.1x - 0.1(t-t0)]+sin[0.11x - 0.12 (t-t0)]

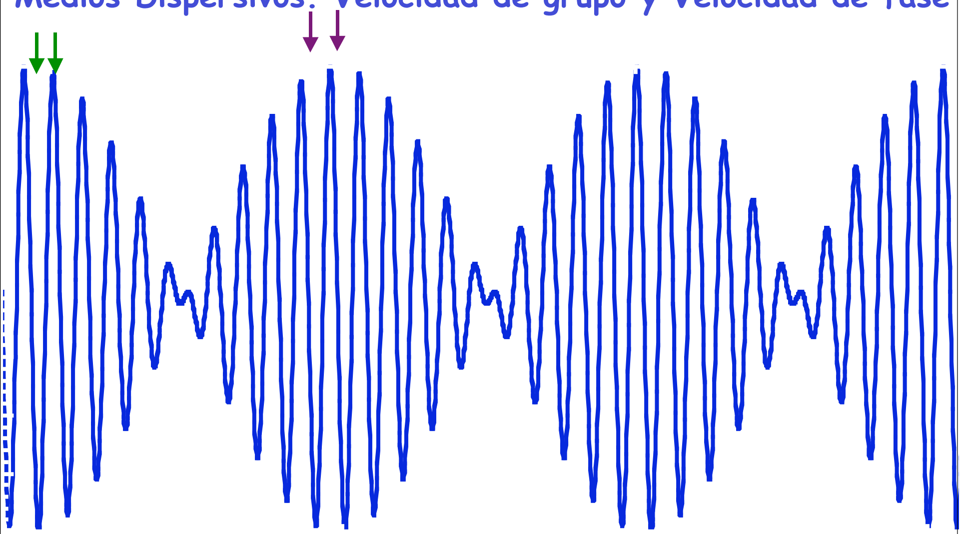

Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
t=t1

Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase



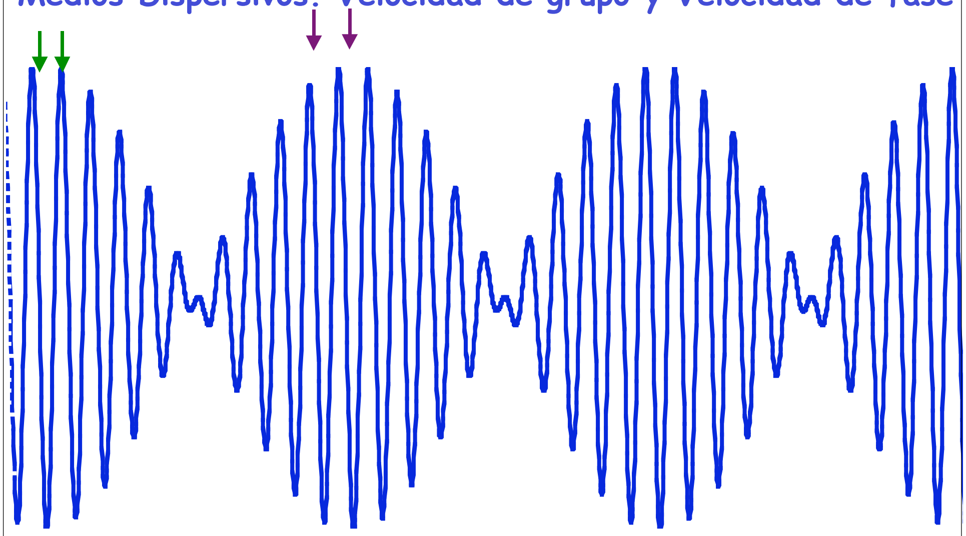
$t=t_2$

Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase



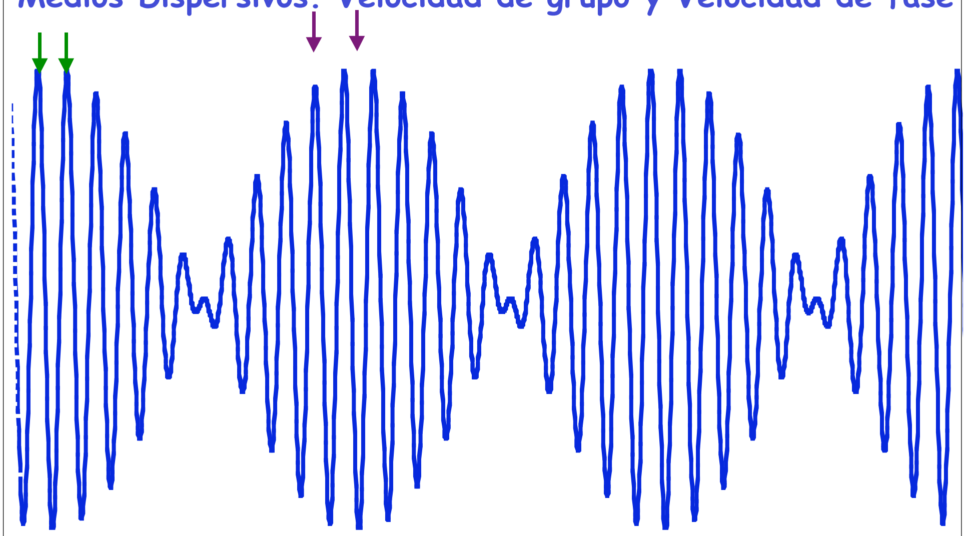
$t=t_3$

Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase

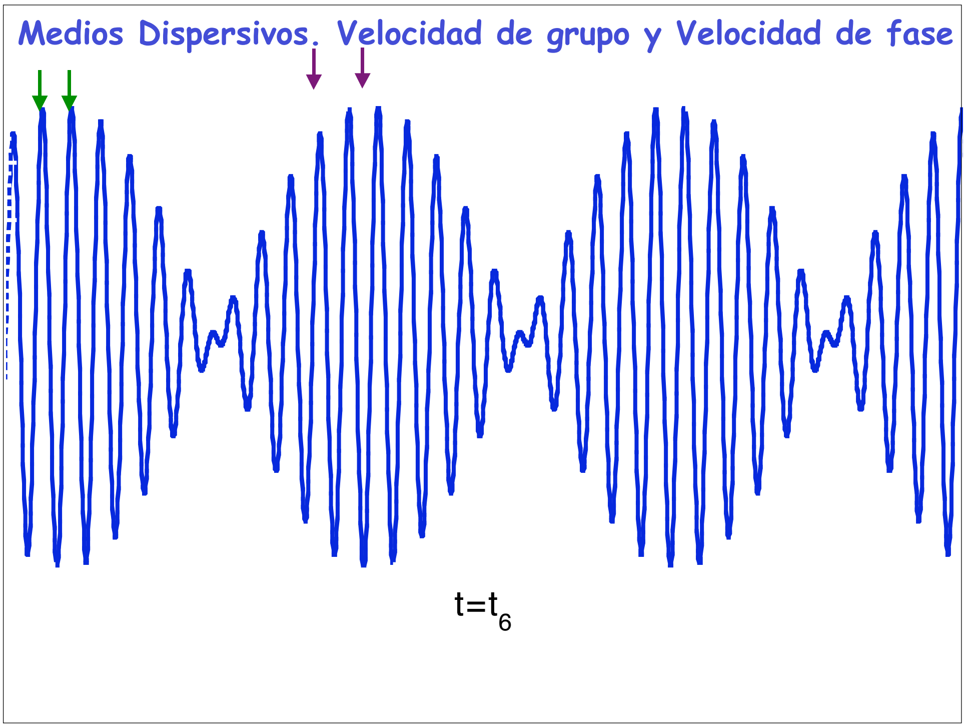


$t=t_4$

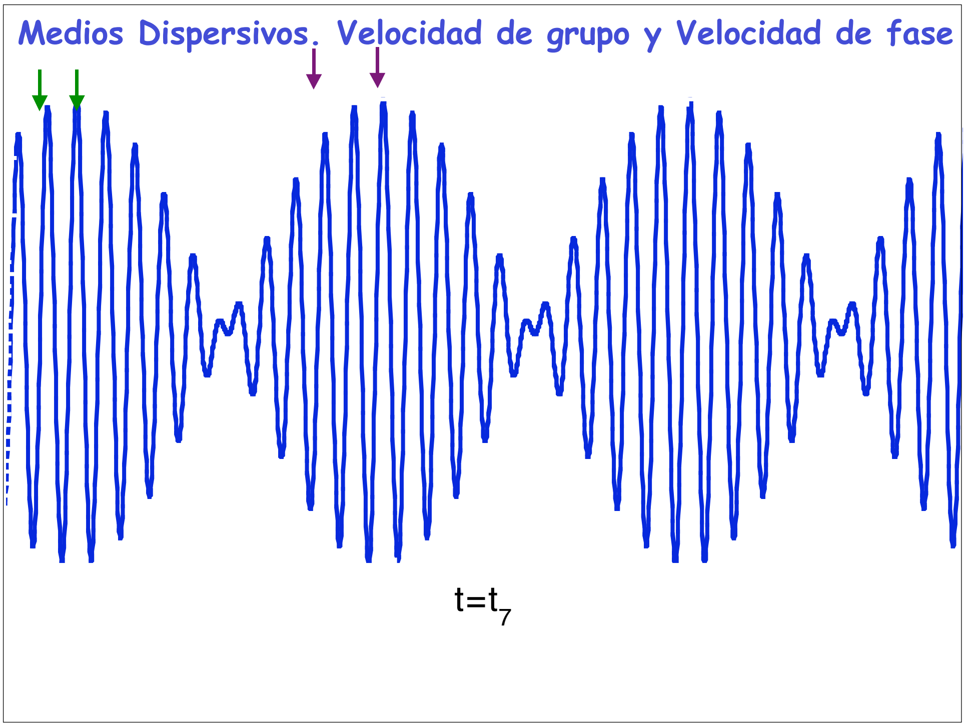
Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase



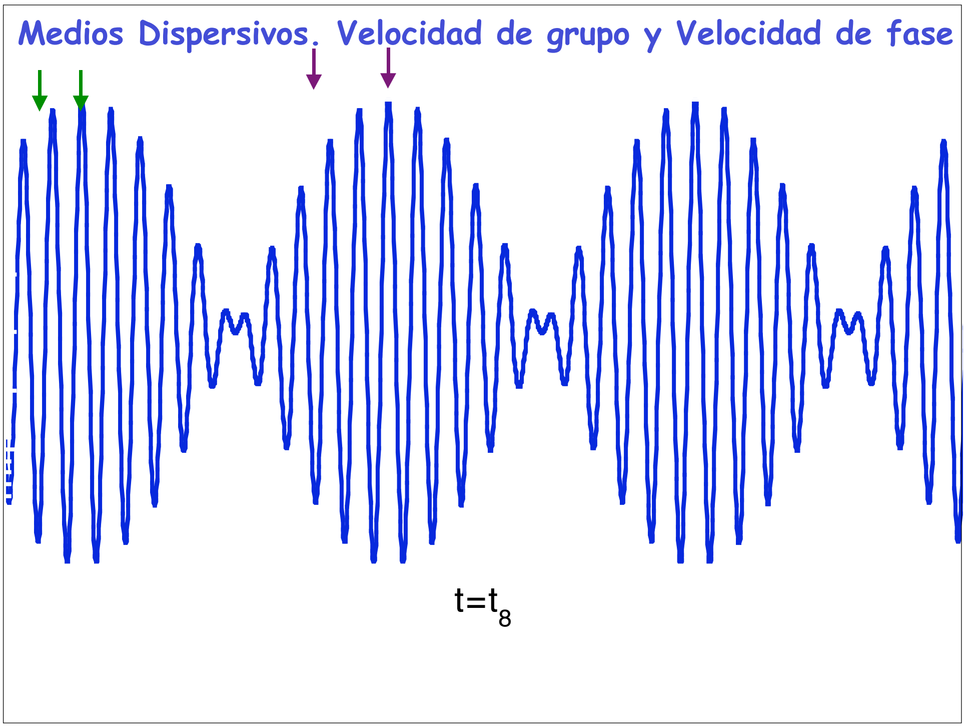
$t=t_5$



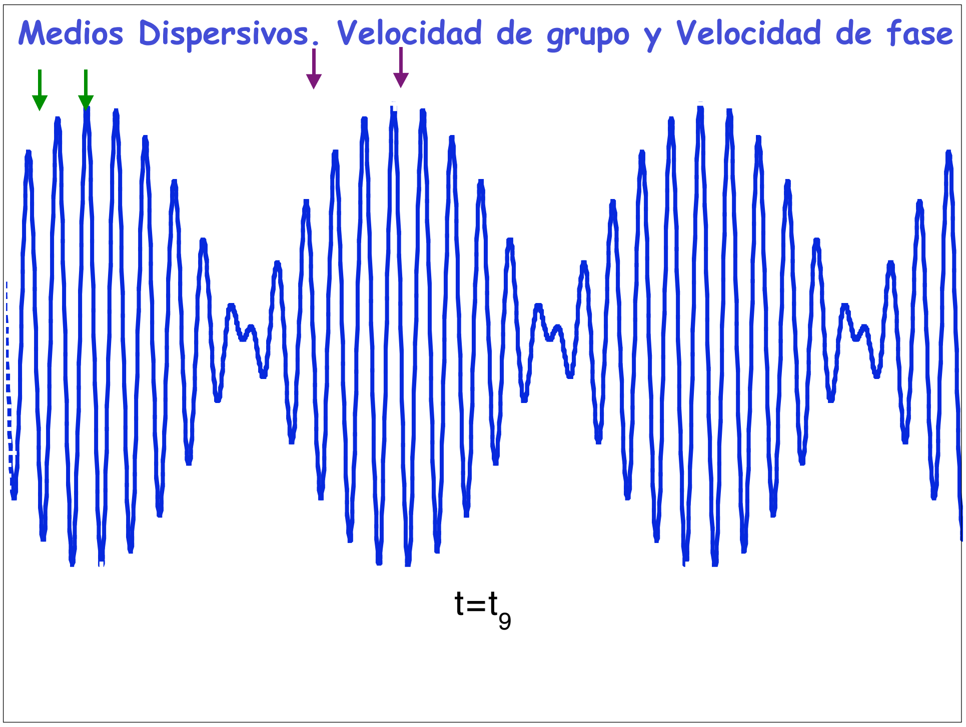
Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
$t=t_6$



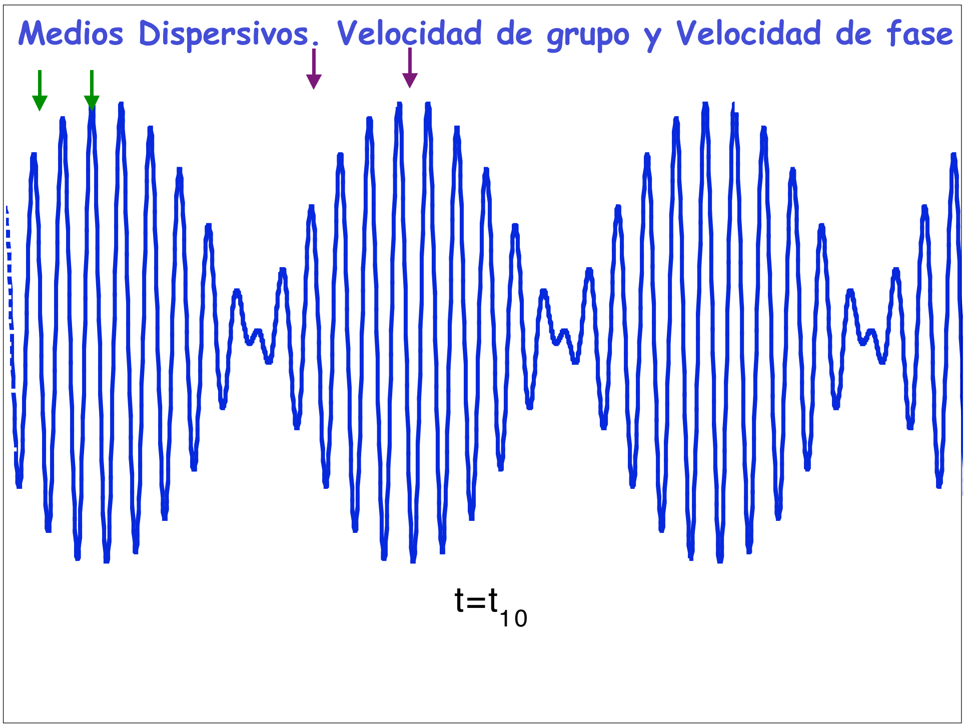
Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
$t=t_7$

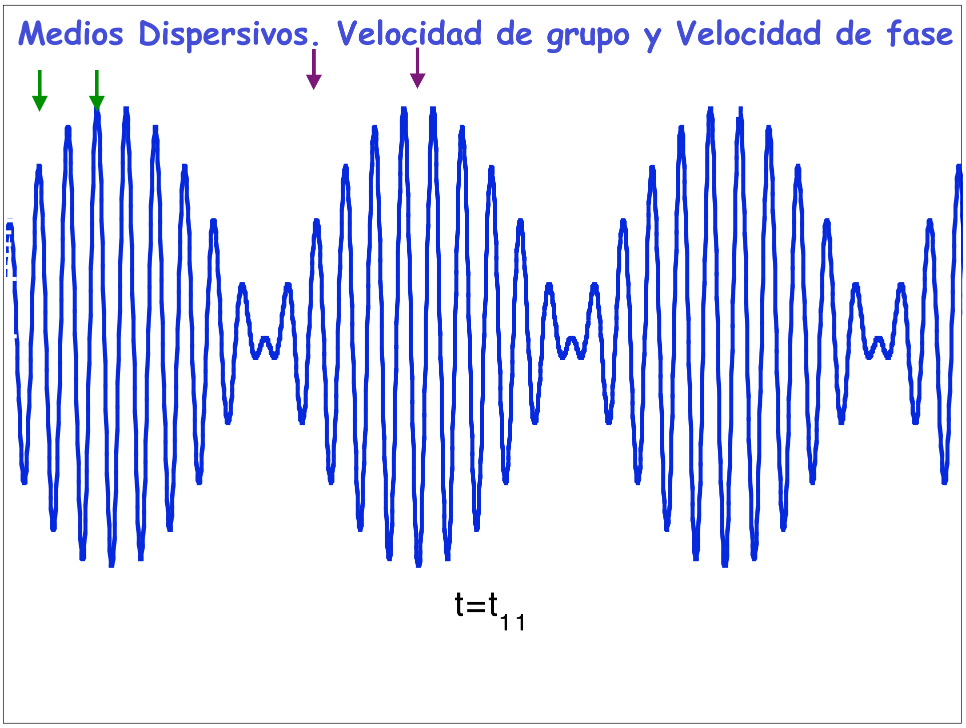


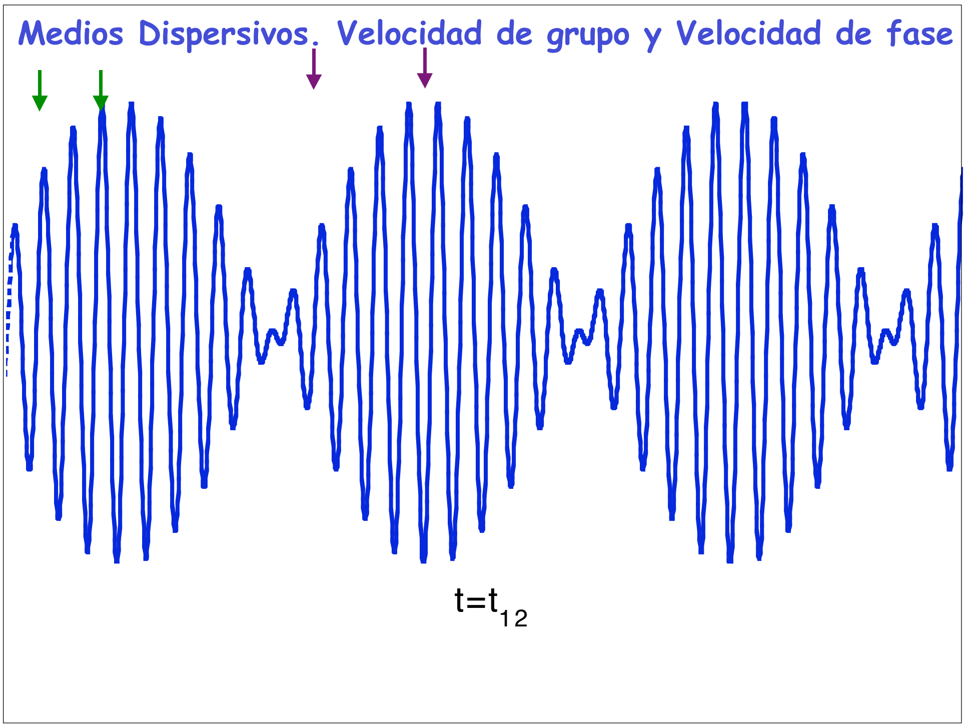
Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
t=t8

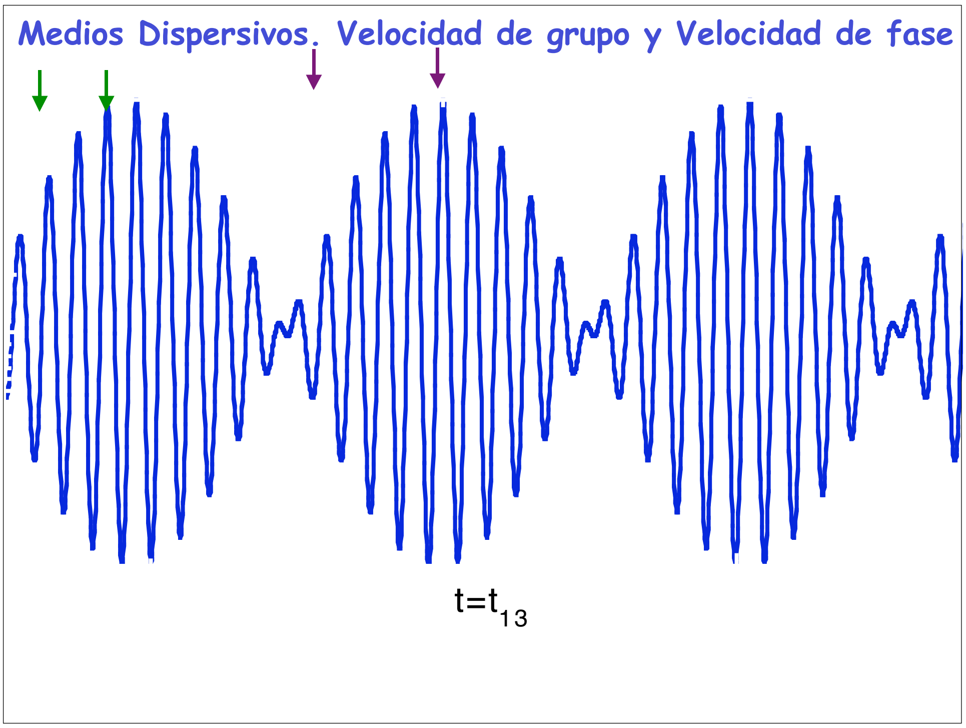


Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
t=t9

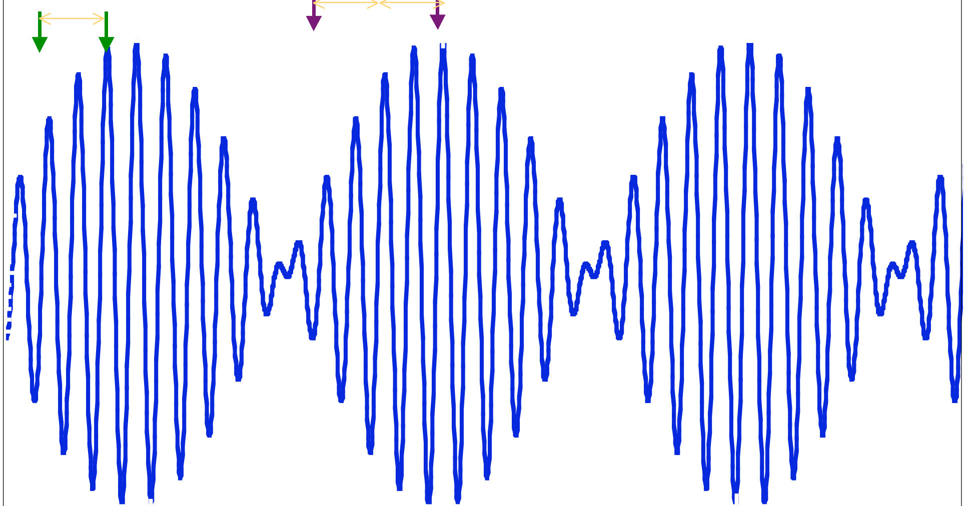

Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
t=t10


Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
t=t11


Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
t=t12


Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase
t=t13

Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase



$$v_f = \frac{\omega}{k} \approx \frac{0.12}{0.11} \approx \frac{0.1}{0.1} = 1$$

$t = t_{13}$

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{0.12 - 0.1}{0.11 - 0.1} = 2$$

sen[0.1x - 0.1(t-t_0)]+sin[0.11x - 0.12 (t-t_0)]

Medios Dispersivos. Velocidad de grupo y Velocidad de fase

Velocidad de fase

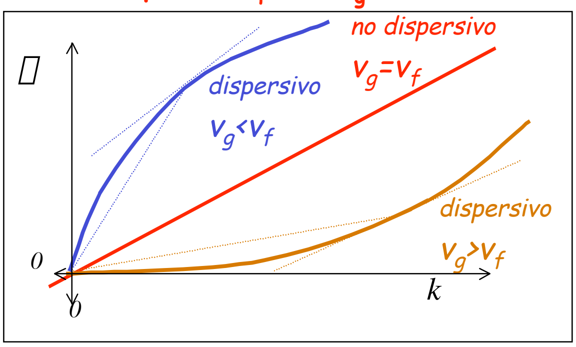
$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

Velocidad de grupo

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d[k v_f(k)]}{dk} = v_f + k\frac{dv_f}{dk}$$

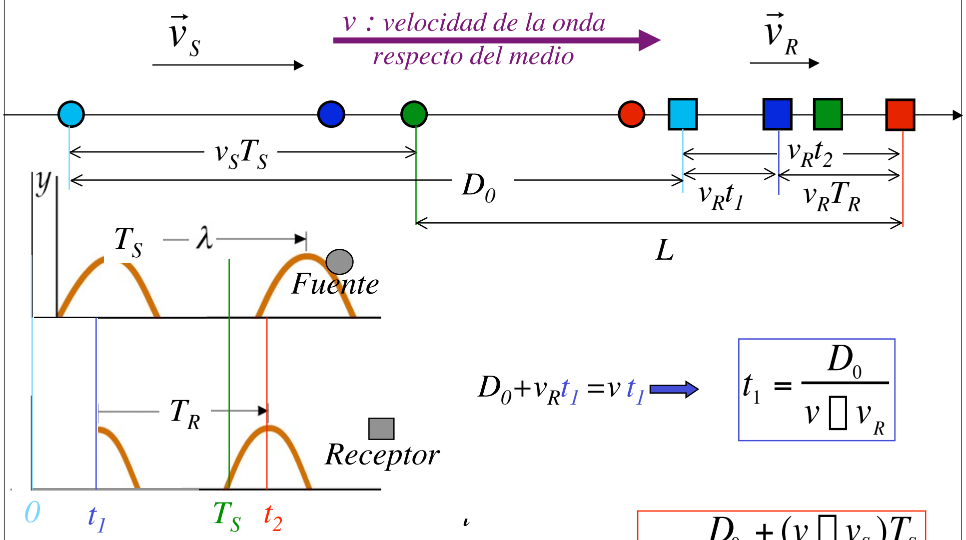
medio no-dispersivo v_f=cte=v_g

Curvas de dispersión



La energía de la onda se desplaza a la velocidad de grupo

Efecto Doppler



$D_0 + v_R t_1 = v\,t_1 \Rightarrow$ $\boxed{t_1 = \dfrac{D_0}{v - v_R}}$

$D_0 + v_R t_2 - v_S T_S = L = v(t_2 - T_S) \Rightarrow$ $\boxed{t_2 = \dfrac{D_0 + (v - v_S)T_S}{v - v_R}}$

Efecto Doppler

$$T_R = t_2 - t_1 = \frac{v - v_S}{v - v_R} T_S$$

$$\nu_R = \frac{v - v_R}{v - v_S} \nu_S$$

si $v_S=0$ $\Rightarrow$ $\nu_R = \nu_S\left(1 - \dfrac{v_R}{v}\right), \quad \nu_R = \nu_S$

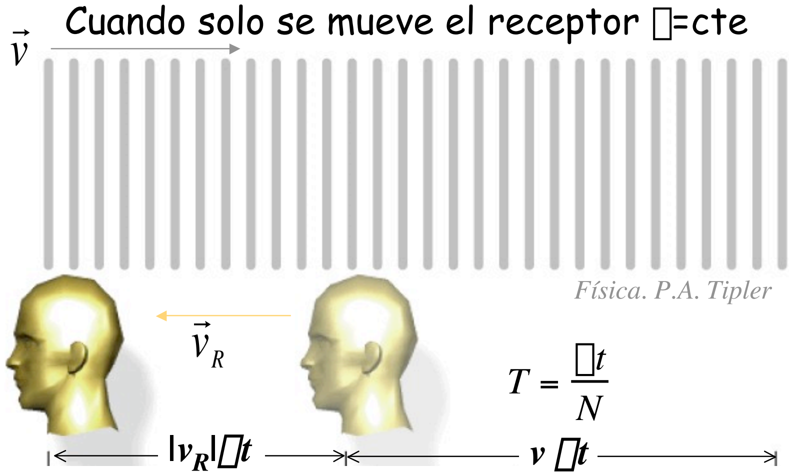
si $v_R=0$ $\Rightarrow$ $\nu_R = \nu_S\left(1 + \dfrac{v_S}{v - v_S}\right), \quad \nu_R \neq \nu_S$

si $v_S=v$ $\Rightarrow$ $\nu_R = \ \ , \quad v_S \geq v \Rightarrow$ *onda de choque*

si $v >> v_S, v_R$ $\Rightarrow$ $\nu_R = \nu_S\left(1 - \dfrac{v_R - v_s}{v}\right)$

expresión también válida para las ondas electromagnéticas cuando $|v_R - v_S| << c$

Cuando solo se mueve el receptor λ=cte



$$T = \frac{\Delta t}{N}$$

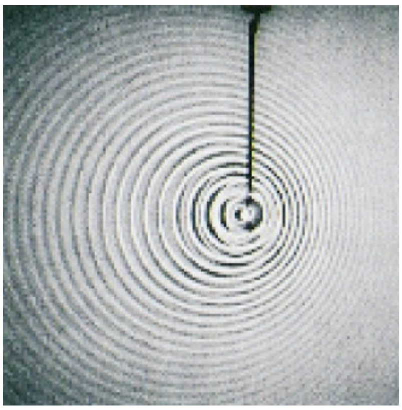
Si v es la velocidad de la onda. Número de ondas que pasan por un receptor quieto en el tiempo Δt: $N= v\,\Delta t / \lambda \Rightarrow T=\lambda/v$

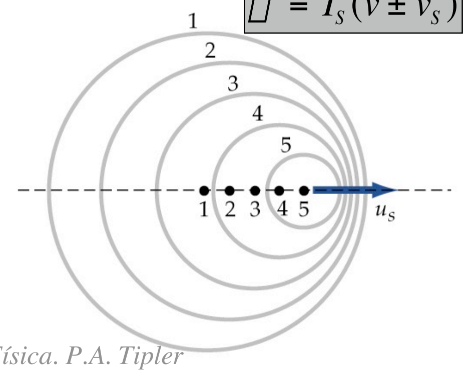
un receptor acercandose con velocidad v_R: $N_R=(v-v_R)\Delta t / \lambda$

$$T_R= \Delta t / N_R= \lambda/(v-v_R) = v/(v-v_R)\lambda$$

Cuando se mueve el emisor cambia λ

$$\lambda = T_S(v \pm v_S)$$





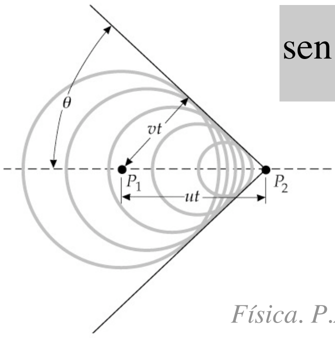
Ondas en una cubeta producidas por una fuente puntual que se mueve hacia la derecha con velocidad menor a la de la onda

Frentes de ondas emitidos por una fuente puntual en movimiento. Cada uno de los frentes fue emitido cuando la fuente estaba en la posición correspondiente al número

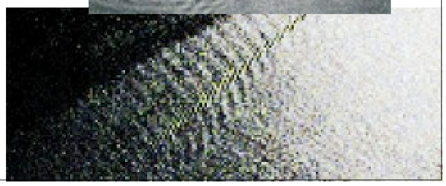
ONDAS DE CHOQUE

Si una fuente se mueve con una velocidad mayor que la de las ondas, no habrá ondas delante de la misma. Detrás de la fuente, las ondas se apilan unas encima de otras formando una onda de choque donde la perturbación se hace muy grande

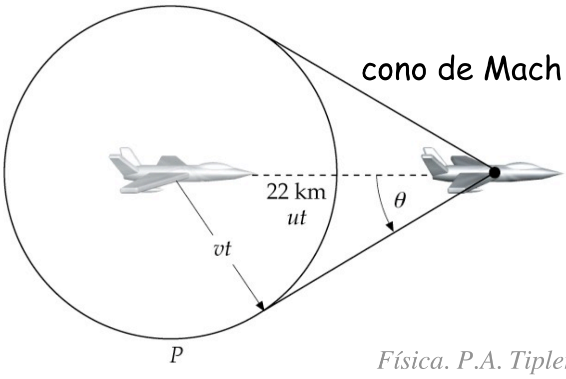
$$\text{sen}\,\theta = \frac{v}{v_s}$$



Física. P.A. Tipler



ONDAS DE MACH

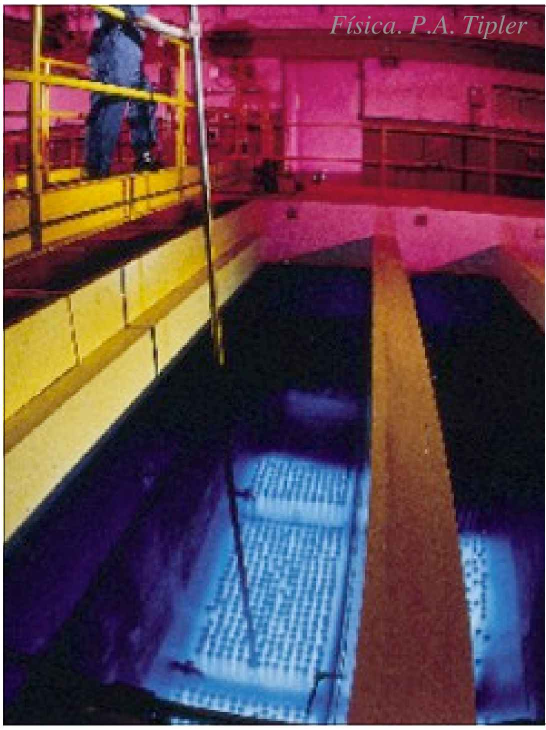


Física. P.A. Tipler

Numero de Mach

$$\frac{v_S}{v}$$

v sonido = 340 m/s.

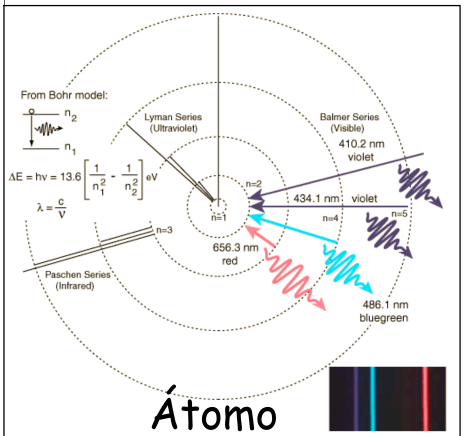


Radiación Cerenkov

Se produce cuando una partícula cargada se mueve en un medio a una velocidad mayor que la de la luz en ese medio v > c/n

La radiación se emite en un cono cuya apertura viene dada por la ecuación de las ondas de choque.

Efecto Doppler en ondas electromagnéticas

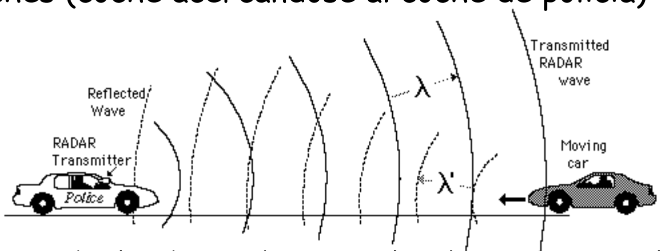


Átomo hidrogenoide

Expansión del Universo

$$\square_R = \square_S \frac{1 \square v_{RS}/c}{\sqrt{1 \square v_{RS}^2/c^2}}$$

EJEMPLO El radar de la policía para medir la velocidad de los coches (coche acercandose al coche de policía)



a) La frecuencia de al onda que choca con el coche es mayor que la emitida

b) El coche actúa como fuente móvil que emite ondas de frecuencia mayor que las que le llegan

$$v_S = \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} c$$

v_S = velocidad de coche (180 km/h)
ν_0 =frecuencia del radar (10^9 s^{-1})
$C = 3\times10^8$ m/s
$\Delta\nu$ = 500 s^{-1}